Essais sur les principes de transfert dans un cadre welfariste-parétien avec séparabilité forte

Marc François Pierre Dubois

THÈSE

Pour obtenir le grade de Docteur

Délivré par l'**Université de Montpellier**

Préparée au sein de l'école doctorale **Économie Gestion**
et de l'unité de recherche **LAMETA**

Spécialité: **Économie - Section CNU 05**

Présentée par **Marc Dubois**

Essais sur les principes de transfert dans un cadre welfariste-parétien avec séparabilité forte

Sous la direction de Daniel Serra, Professeur à l'Université de Montpellier
et Stéphane Mussard, Professeur à l'Université de Nîmes

Soutenue le 16 septembre 2016 devant le jury composé de

Stéphane Mussard	Professeur	Université de Nîmes	Co-directeur
Daniel Serra	Professeur	Université de Montpellier	Co-directeur
Marc Fleurbaey	Professeur	Princeton University	Rapporteur
Alain Trannoy	Professeur	EHESS - Ecole d'économie de Marseille	Rapporteur
Brice Magdalou	Professeur	Université de Montpellier	Examinateur
Paul Makdissi	Professeur	University of Ottawa	Examinateur
Stéphane Zuber	CR1	CNRS - Centre d'économie de la Sorbonne	Examinateur

Doctorat de l'Université de Montpellier
Faculté d'économie

Essais sur les principes de transfert dans un cadre welfariste-parétien avec séparabilité forte

Résumé :
A partir de l'articulation entre le bien-être comparable inter-personnellement et l'équité basée sur la séparation des personnes, la thèse présente un cadre théorique dans lequel les préférences éthiques sont représentées par des fonctions de bien-être social additivement séparables. Nous avons deux objectifs ; en décelant les jugements distributifs nécessairement sous-tendus par les fonctions qui respectent des principes de transfert de revenus, le premier objectif est d'offrir des critères de comparaison entre ces fonctions et celles qui respectent les principes de transfert d'utilité (fonctions prioritaristes). Le second objectif est d'exposer la pluralité des jugements distributifs et des degrés d'adhésion qu'ils peuvent susciter. A ces fins, il faut postuler la comparabilité de l'utilité et des valeurs éthiques (utilités transformées). Cette comparabilité à deux niveaux est postulée lorsque les ratios d'utilité entre ménages aux besoins différents sont supposés comparables. Dans ce cadre, les fonctions de bien-être social qui respectent le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton ne sont pas forcément prioritaristes. De plus, les fonctions défendent potentiellement deux définitions du degré d'adhésion à l'aversion aux inégalités. Premièrement, une fonction qui tolère une perte d'utilité totale plus grande afin de réduire les inégalités est dite plus averse aux inégalités. Cette définition est caractérisée par les principes des transferts proportionnels qui s'adaptent bien à la comparabilité en ratios d'utilité. Deuxièmement, le degré d'adhésion est présenté par l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Les hypothèses informationnelles entravent l'exposé des degrés d'adhésion selon la seconde définition, elles limitent aussi les jugements distributifs. En passant outre, nous étudions les interactions entre un nombre quelconque de principes de transfert d'utilité et de revenus définis de manière récursive. Enfin, quatre jugements distributifs sont caractérisés par le respect et/ou le non-respect d'un ensemble de principes de transfert. La disposition à négliger l'évolution de bien-être d'une fraction donnée de la population au profit de l'évolution de bien-être d'une minorité d'individus représente le degré d'adhésion à l'un de ces jugements.

Essays on transfers principles in a welfarist-paretian framework with strong separability

Abstract :
From the linkage between interpersonally comparable well-being and equity based on the separateness of persons, the Ph. D. dissertation introduces a theoretical framework in which ethical preferences are represented by additively separable social welfare functions. The thesis has two goals ; by exhibiting distributive judgments necessarily embodied by the functions that fulfil income transfer principles, the first aim is to provide comparison cirteria between these functions and those that fulfill utility transfer principles (prioritarian functions). The second aim is to expose a plurality of distributive judgments and of degrees of adhesion they can rise. For such purposes, interpersonal comparability of utility as well as that of ethical values (transformed utilities) are needed. This two-level comparability is granted when inter-household utility ratios are supposed to be comparable. In this framework, the social welfare functions satisfying the Pigou-Dalton principle of income transfer are not necessarily prioritarian. Moreover, the functions potentially support two meanings of adhesion for inequality aversion. First, if a function is willing to endorse a inequality-reducing transfer entailing a greater loss in the transferred benefit to be socially desirable, then it is more inequality averse. This definition is characterized by proportional transfer principles well-adapted to ratio-scale comparability of utility. Second, the degree of adhesion for inequality aversion is presented as a downside inequality aversion. Informational hypothesis rule out parts of the exposition of the plurality of degrees, they put limits to distributive judgments too. By going beyond that, the Ph. D. dissertation studies the interplay between any number of income and utility transfer principles all defined recursively. Finally, four distributive judgments are characterized by the fulfilment and/or non-fulfilment of a set of transfer principles. The willingness to neglect the welfare evolution of a given proportion of population to take into account that of a minority represents the degree of adherence for one of those judgments.

Discipline : Sciences Economiques (Section 5).

Mots-Clés : bien-être ; équité ; jugement de valeur ; principes de transfert ; prioritarisme.

Adresse : LAMETA - Laboratoire Montpelliérain d'Économie Théorique et Appliquée - Université Montpellier - Faculté des Sciences Économiques Avenue Raymond Dugrand - Site de Richter - C.S. 79606 34960 Montpellier Cedex 2.

Table des matières

Introduction générale

> « En économie du bien-être, l'objection n'est pas faite aux comparaisons interpersonnelles, mais envers l'affirmation selon laquelle ces comparaisons peuvent être faites sans introduire des présupposés éthiques. » (Bergson [1954, p. 245]).

La thèse présente des arguments de nature économique et, dans une moindre mesure, d'ordre philosophique en faveur de l'emploi de *fonctions de bien-être social* qui respectent des *principes de transfert* pour évaluer des politiques publiques. Les fonctions de bien-être social sont des instruments de comparaison qui permettent de classer des allocations des ressources, elles ont l'avantage d'incorporer des jugements de valeur distributifs dans la décision. Ces jugements font partie des « présupposés éthiques » évoqués par Bergson, ils sont caractérisés par les principes de transfert qui exposent une préférence entre deux alternatives : un monde dans lequel on aurait opéré un transfert de richesses, de revenus ou autre, et le monde initial.

Les questions mobilisées concernent directement l'économie du bien-être et la littérature économique sur la mesure des inégalités. Bien que les fonctions de bien-être social soient très utilisées par les économistes dans la pratique, cette thèse est une étude exclusivement théorique. Lorsqu'on évalue des allocations des ressources selon le bien-être exclusivement, le cadre est dit *welfariste*. Il est d'usage d'employer des fonctions de bien-être social pour effectuer une telle évaluation. La thèse ne bouleverse pas l'approche welfariste, mais elle introduit explicitement une question qui a le mérite d'être posée depuis que « l'intérêt [s'est déplacé] de la distribution des utilités [*i.e.* du bien-être] à celle des revenus » pour justifier notamment la progressivité de l'impôt sur le revenu. [1]

La question est celle de Sen [1980] : « égalité de quoi ? ». On étudie les caractéristiques de l'inégalité dans deux espaces différents : le bien-être et les revenus. L'économie du bien-être comprend les résultats welfaristes, elle étudie donc l'inégalité dans l'espace du bien-être. La littérature sur la mesure des inégalités prétend étudier l'inégalité dans l'espace des revenus. Dans un cadre où les deux études peuvent interagir, la question de Sen pourrait être reformulée comme suit : inégalité de quoi : bien-être ou revenus ? Selon Trannoy [1999, p. 733], « l'étude de

1. Trannoy [1999, p. 734]. L'équivalence entre les notions d'utilité et de bien-être est exposée dans le premier chapitre de la thèse.

la coïncidence entre différentes conceptions de justice est du ressort de l'économiste » ; l'étude de la coïncidence entre différentes conceptions de l'objet d'égalité devrait donc être aussi dans les cordes de l'économiste.

Les fonctions de bien-être social employées dans la thèse sont issues d'une axiomatique très proche de celle présentée par Adler [2012]. L'auteur défend le *prioritarisme*, un courant éthique welfariste qui préconise des fonctions additivement séparables exprimant l'aversion aux inégalités de bien-être. Par souci d'exposition d'une pluralité de jugements de valeur distributifs, toutes les fonctions de bien-être social présentées dans la thèse ne défendent pas l'aversion aux inégalités ; en revanche elles se basent sur les travaux d'Adler et sont, par conséquent, additivement séparables sans être utilitaristes. Le courant éthique d'Adler [2012] se définit par la présentation et l'articulation de plusieurs concepts et résultats. L'auteur propose sa vision du bien-être, il répond ainsi à certaines critiques généralement formulées à l'endroit du welfarisme (*e.g.* les préférences adaptatives de Sen). En s'inspirant des travaux de Nagel [1995, 1999], le courant éthique se nourrit d'une définition propre de l'équité. Ce point de vue a l'avantage d'être compatible avec certains principes de transfert présentés dans la littérature sur la mesure des inégalités, bien qu'ils doivent être définis sur l'espace du bien-être. Le prioritarisme est souvent résumé comme un courant qui défend l'aversion aux inégalités et la séparabilité forte. Cette dernière évince les fonctions dont l'évaluation dépend du rang des entités concernées par l'étude. [2] En s'appuyant sur les travaux d'Adler [2012], cette thèse prétend remédier à l'imprécision avec laquelle la fonction d'utilité individuelle est présentée dans la littérature sur la mesure des inégalités. Plus précisément, on ne définit pas les jugements de valeur distributifs welfaristes en fonction de la forme de la fonction d'utilité des agents, mais bien à partir d'une fonction représentant exclusivement ces jugements.

L'économie du bien-être et la mesure des inégalités sont deux littératures qui ne prennent pas part au débat méta-éthique sur la nature des évaluations ou d'autres considérations. Pourtant, Adler [2012] souligne que les économistes sont majoritairement dans un camp du débat méta-éthique car, selon beaucoup, les jugements de fait n'ont pas lieu d'être. Ng [1972] fait remarquer qu'ils confondent souvent les jugements de valeur et les jugements de fait que l'on ne peut pas tester. Cet auteur se place dans un autre camp du débat méta-éthique. La thèse présente ces deux camps qui ont des définitions différentes du jugement de valeur. Les principes de transfert étant censés formaliser certains de ces jugements, il semble incontournable de discuter de cette notion afin d'éclairer le lecteur sur certaines réflexions menées dans ce travail.

2. Ainsi, les travaux de Aaberge [2000, 2009], Mehran [1976] ou encore Gajdos [2001], Yaari [1988] et Zoli [1999] sont pas ou peu présentés dans ce travail.

Le jugement de valeur distributif le plus couramment présenté est l'aversion aux inégalités ; il est défini par un principe des transferts de bien-être. Pourtant, les spécialistes emploient en général des principes des transferts de revenus pour construire les fonctions de bien-être social à l'origine des indices d'inégalités. Pourquoi placer un principe et pas l'autre dans le puzzle ? Quelle est la différence entre une fonction de bien-être social qui respecte un principe des transferts de revenus et une fonction de bien-être social qui respecte un principe des transferts de bien-être ? L'aversion aux inégalités est une notion générale dont le degré d'adhésion peut-être plus ou moins fort. Il ne s'agit d'ailleurs pas du seul type de jugement de valeur distributif qui peut être défendu par une fonction de bien-être social. L'aversion à l'égalité n'est pas écartée dans ce travail, elle est d'ailleurs présentée (de manière symétrique) grâce aux transferts initialement prévus pour définir l'aversion aux inégalités. La thèse a pour objet de définir plusieurs jugements distributifs. De plus, il est intéressant d'étudier diverses combinaisons entre respect et non respect de plusieurs principes de transfert utiles pour déterminer quel est le degré d'adhésion d'une fonction de bien-être social à un jugement donné. Puisqu'il existe des fonctions de bien-être social qui expriment différents jugements, ces outils devraient faire partie de la palette dans laquelle le décideur pioche pour proposer une évaluation des allocations des ressources.

Le fil rouge de la thèse réside dans l'analyse des jugements de valeur distributifs welfaristes représentés par des principes de transfert. L'étude pose la question suivante : quelle est la différence de jugements de valeur distributifs mobilisés entre une fonction de bien-être social qui respecte un principe des transferts de bien-être et celle qui respecte un principe des transferts de revenus ? Les différents types de principes de transfert sont-ils compatibles ? Quels sont les critères pour choisir une fonction de bien-être social plutôt que l'autre ? L'aversion aux inégalités welfariste est-elle le seul jugement pouvant être représenté par les principes de transfert ? Sinon, quels jugements sont représentables ? Comment les caractériser ?

> « Parfois, ce n'est pas en vertu d'une « haute » idée (mal comprise) de l'égalité des êtres humains que l'on évacue la diversité humaine, mais au nom d'une nécessité « bassement » matérielle : la simplification. Le résultat net n'en est pas moins le même : l'escamotage de certaines exigences cruciales de l'égalité. » (Sen [2000, p. 18]).

Dans notre cadre d'étude, la diversité humaine est appréhendée par des hypothèses techniques sur la mesurabilité et la comparabilité inter-personnelles de bien-être. Ce sujet est abordé pleinement dans la thèse. On propose une étude des principes de transfert lorsque les ménages diffèrent par leur niveau de revenus et leurs *besoins*. Cependant, le cadre informationnel rend impossible l'exposé de certains jugements de valeur distributifs. Le souci du réalisme ne devrait pas impliquer l'adhésion à certains jugements de valeur plutôt que d'autres. Pour cela, la majeure partie de l'étude des principes de transfert part du postulat que tous les individus ont la même fonction d'utilité. Ce faisant, on place à la disposition d'un évaluateur des fonctions de bien-être social issues d'un cadre où les agents sont différents mais dont les jugements de valeur distributifs sont limités, et des fonctions issues d'un cadre où les individus sont identiques mais dont les jugements de valeurs ne sont pas bridés.

Les transferts étudiés sont ceux de Fishburn et Willig [1984].[3] Ce choix affaiblit les définitions de tout jugement de valeur distributif défini par les principes de transfert. Il s'agit de transferts de fractions de la population qui, selon les conditions posées, peuvent faire l'objet d'une transformation déterminée dans la distribution des revenus ou dans la distribution du bien-être. Cette flexibilité est très utile pour comparer les principes des transferts de revenus et de bien-être. De plus, la récursivité de la relation d'ordre entre les transferts au nombre quelconque est très pratique pour déterminer une multitude de degrés d'adhésion à un jugement, cette démarche rejoint l'idée de ne pas limiter l'exposé de la diversité des jugements distributifs.

La thèse est organisée en quatre chapitres relativement indépendants. Le chapitre I présente un cadre welfariste dans lequel l'utilité est la mesure du bien-être individuel supposée comparable inter-personnellement. Les fonctions de bien-être social les plus utilisées impliquent non seulement la comparabilité des niveaux d'utilité entre individus différents, mais aussi la comparabilité des différences. Ainsi, il est nécessaire de pouvoir affirmer qu'un individu est mieux loti dans une situation qu'un autre individu dans une autre situation. De même, il est nécessaire de pouvoir comparer la différence entre ces niveaux d'utilité et la différence entre les niveaux d'utilité de deux autres individus. Harsanyi [1953, 1955, 1977] s'emploie à justifier de telles comparaisons en définissant le bien-être à partir des *préférences élargies*. Adler [2012, 2014, à paraître] se base sur ces travaux et tente, lui aussi, de justifier la comparabilité inter-personnelle à partir de préférences élargies. La différence de définition entre les deux auteurs s'explique en grande partie par le fait qu'Harsanyi invoque des préférences élargies fondées sur l'empathie alors qu'Adler à recours à la sympathie. De plus, Adler a le souci de proposer une définition compatible avec plusieurs visions du jugement de valeur. Pour cela, l'unanimité d'un ensemble d'évaluateurs au sujet d'une préférence élargie est requise pour que celle-ci fasse partie de la définition du bien-être. Greaves et Lederman [à paraître] précisent que cette condition mène potentiellement à une vision du bien-être trop partiellement définie. Le chapitre propose un principe de souveraineté inter-personnelle afin de répondre à cette remarque. Un

3. Il est d'usage d'étudier les principes de transfert dans un cadre discret, pourtant le cadre sera continu à partir du chapitre II. Seuls certains résultats extrêmes en continu ne sont pas transposables en discret.

effort d'analyse des définitions peu employées par les économistes (*e.g.* le jugement de valeur, la sympathie) est proposé, il devrait permettre d'exposer clairement les idées d'Adler. De plus, le chapitre présente ce que l'auteur entend par prioritarisme. La façon dont l'auteur construit un courant éthique est particulièrement intéressante. Il part d'une idée centrale : le welfarisme et la conception Nagélienne de l'équité sont compatibles. Si un courant éthique est fondé sur l'équité Nagélienne, il défend la *séparation des personnes*. Ce principe est adapté à la vision welfariste si l'on postule qu'une comparaison de bien-être d'un individu dans deux mondes différents forme une revendication indépendante des situations d'autrui. Dans l'idée d'équité d'Adler, on retrouve aussi les critères parétiens. Pour pallier les limites du champ d'application de ces critères, l'auteur défend le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton. Il complète la définition du prioritarisme en prônant la séparabilité forte de sorte à préconiser l'usage de fonctions de bien-être social qui s'expriment comme la somme des utilités transformées par une fonction représentant les jugements de valeur distributifs.

Le chapitre II part du constat que, dans la pratique, l'économiste considère que d'autres attributs que le revenu influencent l'utilité individuelle. La fonction d'utilité des agents aurait donc deux arguments : les revenus et les *besoins*. Ces derniers sont toutes les caractéristiques hors revenus qui déterminent le niveau d'utilité et l'utilité marginale en fonction du revenu. La démarche est issue des travaux d'Atkinson et Bourguignon [1987], Jenkins et Lambert [1993] et Moyes [2012] entre autres. Dans ce chapitre, la fonction d'utilité d'un agent est différente de celle d'un agent aux besoins différents. Un premier objectif est de déterminer quel est le postulat informationnel qui n'entrave pas l'émergence de fonctions de bien-être social additivement séparables pouvant exprimer divers jugements distributifs à des degrés d'adhésion différents. Un second objectif consiste à révéler les jugements de valeur distributifs et leur degré d'adhésion nécessairement sous-tendus lorsque des fonctions de bien-être social éligibles respectent un ou plusieurs principes des transferts de revenus. Le chapitre II postule la comparabilité interpersonnelle des niveaux, des différences et des ratios d'utilité. Adler [2012] justifie avec plus ou moins de succès ce cadre informationnel (*cf.* chapitre I). Même si a priori ce cadre est suffisant pour respecter des principes des transferts d'utilité et de revenus, il empêche de mener à bien les deux objectifs du chapitre. En premier lieu, l'unique alternative est l'usage de fonctions de bien-être social de type Atkinson qui ne sont pas compatibles avec plusieurs jugements de valeur et degrés d'adhésion à ces jugements. En second lieu, le cadre informationnel ne permet pas de décrypter quels sont les jugements de valeur distributifs mobilisés lorsqu'une fonction de bien-être social respecte plusieurs principes des transferts de revenus.

Dans le chapitre III, le premier objectif du chapitre précédent n'a pas lieu d'être car tous les individus sont supposés avoir la même fonction d'utilité dont l'unique argument est le revenu.

En revanche, ce chapitre mène à bien le second objectif du chapitre II, et ce, en déterminant les interactions entre un nombre quelconque de principes des transferts d'utilité et de revenus. L'étude de ces interactions a un intérêt méta-éthique particulier. Deux classes de fonctions de bien-être social peuvent être comparées selon l'ensemble des jugements de valeur distributifs qu'elles peuvent incorporer. Si elle propose une évaluation, une classe de fonctions qui regroupe plus de jugements de valeur a légitimement plus de chances d'être attractive aux yeux d'auteurs tels que Ng. Néanmoins, ce raisonnement n'est pas pertinent selon les économistes qui pensent que les jugements de fait n'ont pas lieu d'être. Bien que le cadre d'étude laisse le champ libre à des adhésions diverses aux jugements de valeur distributifs, l'usage habituel des principes de transfert invite à analyser simplement les divers degrés d'adhésion à l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Le cadre d'étude peut présenter bien plus d'alternatives.

Le chapitre IV bouscule les habitudes prises par la littérature économique sur la mesure des inégalités en offrant au lecteur les caractérisations de trois jugements de valeur distributifs : l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, un jugement introduit par Kolm [1976] ; l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis et l'aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis. Les principes des transferts de Pigou-Dalton et selon Kolm [1976] permettent de caractériser ces différents jugements de valeur distributifs. On peut donc s'interroger sur l'intérêt qu'il peut y avoir à étudier un nombre quelconque de principes de transfert. Le chapitre IV précise que les deux principes précédemment cités restent muets lorsqu'il s'agit de pondérer les impacts sur le bien-être social de deux transferts impliquant des fractions différentes de la population. Ce rôle est rempli par les principes des transferts d'ordres supérieurs. En effet, plus le principe implique un transfert d'ordre élevé, plus la pondération concerne des transferts impliquant des fractions aux tailles déséquilibrées. Cette pondération traduit le degré d'adhésion à un jugement de valeur distributif.

Chapitre I

L'évaluation du bien-être social par les fonctions prioritaristes

1 Introduction

La *fonction de bien-être social* est un outil d'évaluation des choix à l'échelle sociale très apprécié des économistes. Cependant, la fonction n'est que la solution à une axiomatique regroupant plusieurs intuitions éthiques formalisées. La construction d'une telle axiomatique fait l'objet de nombreuses discussions théoriques. Des auteurs tels que Arrow [1951, 1977], Sen [1970, 1977a, 1979], Harsanyi [1953, 1955, 1977] et bien d'autres débattent des hypothèses, jugements ou autres positions qui légitiment l'usage d'un tel outil. Plus récemment, Adler [2012, 2014, à paraître] a proposé de nouvelles positions à ce sujet, une grande partie de ce chapitre présente ses travaux.

De manière caractéristique, la *fonction de bien-être social* établit un classement des *états sociaux* en agrégeant le bien-être des entités étudiées (ici des individus) et en supposant un degré de comparabilité du bien-être en question. Le chapitre présente deux définitions du bien-être par les *préférences élargies* : celle d'Harsanyi, pionnier dans la démarche, et celle d'Adler. Les *préférences élargies* introduisent la possibilité qu'un individu tiers, *rationnel*, délibère sur des alternatives qui ne le concernent pas directement. Ces préférences doivent satisfaire certaines propriétés afin de légitimer leur rôle de déterminant du bien-être individuel et leur rôle de motif de choix entre *états*. De plus, la formation de ces préférences doit fournir des justifications pour comparer le bien-être d'un individu à celui d'un autre.

Les *préférences élargies* d'Harsanyi sont fondées sur l'*empathie par projection*, elles ont un lien fort avec les *préférences ordinaires* des individus et sont toutes les mêmes quel que soit l'individu qui les formule. Broome [1999] et Mongin [2001] discutent le bien-fondé du *principe de similitude* en vertu duquel, dans des *conditions idéalisées*, tous les individus auraient les mêmes *préférences élargies*. Les critiques formulées par Adler [2012, 2014], Darwall [1998] et Hoffman [1990] concernent particulièrement le recours à l'*empathie par projection* où un individu essaie de ressentir ce que quelqu'un d'autre ressent pour former ses *préférences élargies*. Entre autres, cette méthode fait face à une *objection d'éloignement* qui indique qu'en imaginant ce qu'un sujet ressent, on n'écarte pas les préférences sans impact sur le bien-être du sujet. De plus, nous critiquons le manque de *flexibilité méta-éthique* de l'approche. La littérature *méta-éthique* discute de la nature des propositions (évaluatives ou autres) et propose différentes définitions des *jugements de valeur*. Le lien entre ces travaux et les *comparaisons inter-personnelles de bien-être* est un terrain sur lequel le chapitre évalue les approches d'Harsanyi et d'Adler ; or la seconde est cohérente avec un ensemble de définitions plus large que la première. En ce sens, on dit que l'approche d'Adler est plus *flexible au plan méta-éthique* que celle d'Harsanyi.

Les *préférences élargies* d'Adler sont fondées sur la *sympathie*, un sentiment dont l'objet est l'autre *et* l'amélioration de son bien-être. Cette approche évite l'*objection d'éloignement* (Darwall [1998]). De plus, le chapitre propose deux stratégies pour contourner le *principe de similitude* : celle d'Adler et un *principe d'acceptance inter-personnelle*, selon lequel deux individus directement concernés par les alternatives d'une *préférence élargie* doivent être d'accord pour que cette préférence puisse faire partie de la définition du bien-être. Ce principe permet de former une définition qui génère un classement des *états* plus complet que celui induit par la définition de l'auteur.

Adler propose le *prioritarisme*, un *courant éthique* en phase avec la *séparation des personnes*, la *séparabilité*, les *critères de Pareto* et le *principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton*. La *séparation des personnes* demande qu'une comparaison de bien-être d'*un* individu dans deux états différents forme une *revendication* qui soit indépendante des situations des autres individus. Un individu qui est aussi bien dans un *état* que dans un autre n'a pas de *revendication* et, par *séparabilité*, il doit être négligé dans le *classement éthique* des *états*. Les *revendications* d'un ensemble d'individus d'un *état* à l'autre sont utilisées pour délibérer selon les *critères de Pareto* en premier lieu. Si ces critères ne peuvent pas classer les *états*, alors le *prioritarisme* préconise le *principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton*. Ce principe fait en sorte que l'on évalue un état social de manière à prioriser les *revendications* des moins bien lotis parmi un ensemble d'individus. Il formalise l'aversion aux inégalités du courant.

Les propriétés du *prioritarisme* et celles de la définition du bien-être forment l'axiomatique qui caractérise la *fonction de bien-être social prioritariste*. La définition du bien-être sélectionnée propose un *degré de comparabilité inter-personnelle* de bien-être qui régule l'émergence de solutions. Harsanyi défend la *comparabilité inter-personnelle des niveaux et des différences*, à laquelle Adler rajoute la *comparabilité des ratios* de bien-être. Parmi les fonctions prioritaristes qui émergent de la définition du bien-être d'Adler, il y a les *fonctions Atkinson* qui sont additivement séparables et dont le paramètre d'aversion aux inégalités est suffisant pour respecter le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton.

La première section présente les notations et définitions de base concernant la *fonction de bien-être social* ainsi que son cadre informationnel. La deuxième section fait état des définitions du bien-être selon Harsanyi et selon Adler. La troisième section définit le *prioritarisme* et présente des caractérisations de *fonctions de bien-être social.*

2 Notations et outils d'évaluation

Les *fonctions de bien-être social* (FBES) classent un ensemble E d'*états sociaux* pour une population $\mathscr{P}$ donnée.[1] Dans ce chapitre, nous adoptons un cadre *welfariste*, ainsi les états sociaux donnent des informations sur quoi que ce soit qui affecte le *bien-être* de la population. La population est composée d'individus énumérés de 1 à n, tel que $\mathscr{P} = \{1, ..., n\}$ avec $n \in \mathbb{N}_+$ et $n \geqslant 2$.[2]

2.1 Le pré-ordre de préférences

L'évaluation du bien-être social s'opère au moyen d'un classement social (*i.e.* un classement par la société) des états.[3] La société et les individus ont chacun leur classement des états sociaux. Le classement social est un *pré-ordre partiel*, *i.e.* une relation binaire R transitive, réflexive et incomplète. Nous verrons que le pré-ordre social peut s'avérer complet dans certains cas de figure. L'individu i classe les états par un *pré-ordre*, *i.e.* une relation binaire R_i qui respecte la transitivité, la réflexivité et la complétude. Tous les individus dans la population établissent un classement complet de E. La façon formelle d'exprimer que l'état social x est préféré socialement à l'état y, est $x \ R \ y$. La relation binaire R est comprise comme une relation de *préférence faible* ; lorsque la société préfère faiblement x à y, il est possible qu'elle soit indifférente entre ces deux états. Cette remarque est compatible avec la relation $x \ R_i \ y$: lorsque l'individu i préfère faiblement x à y, il est possible qu'il soit indifférent entre ces deux états.

1. On considère qu'un individu doit être capable de traiter l'information donnée par un état social en dépit de ses limites cognitives. On propose donc une représentation simplifiée du « monde » que l'on appelle état social. Pour plus de détails, *cf.* par exemple Adler [2012, p. 241].

2. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$, les entiers naturels strictement positifs sont notés $\mathbb{N}_+$. L'ensemble des réels est noté $\mathbb{R}$, les réels positifs sont notés $\mathbb{R}_+$ et les réels strictement positifs sont notés $\mathbb{R}_{++}$; $\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n_+, \mathbb{R}^n_{++}$ sont les ensembles à n dimensions respectivement des réels, des réels positifs et des réels strictement positifs.

3. Ce classement peut être obtenu par l'usage d'une relation binaire B qui compare des paires d'états. On écrit $x \ B \ y$, si la relation considère que l'état x dans E est « mieux » que l'état y dans E. La relation B est *réflexive*, si $x \ B \ x$ pour tout $x \in E$; B est *complète*, si $x \ B \ y$ ou $y \ B \ x$ pour tout $x, y \in E$. Enfin, la relation est *transitive*, si $x \ B \ y$ et $y \ B \ z$ impliquent $x \ B \ z$ pour tout $x, y, z \in E$. Pour classer les états sociaux, on considère une relation binaire transitive.

On représente l'indifférence sociale entre les états x et y par $x\ I\ y$.[4] De plus, $x\ I_i\ y$ exprime l'indifférence de l'individu i à l'égard des états x et y. Les préférences strictes ou *préférences fortes* sont représentées par la relation P $[P_i]$ pour laquelle il n'y a pas lieu à l'indifférence. La relation R_i est incluse dans $\Re$, l'ensemble des pré-ordres complets sur E. La relation I_i (resp. P_i) est incluse dans $\mathbb{I}$ (resp. $\mathbb{P}$), l'ensemble des pré-ordres (resp. non) symétriques sur E. Le profil des préférences individuelles est $\mathbf{R} = (R_1, ..., R_n)$, $\mathbf{P} = (P_1, ..., P_n)$ et $\mathbf{I} = (I_1, ..., I_n)$, avec $\mathbf{R} \in \Re^n, \mathbf{P} \in \mathbb{P}^n$ et $\mathbf{I} \in \mathbb{I}^n$.

La théorie du choix social a pour objet de déterminer une fonction f définie sur un sous-ensemble D de $\Re^n$. Le pré-ordre de préférence sociale est déterminé par cette *fonction de préférences sociales* : $R = f(\mathbf{R})$.[5]

2.2 Préférences, utilités et fonction de bien-être social

A partir de la relation R_i pour tout $i \in \mathscr{P}$, les individus ont des préférences entre les états dans E. Par exemple, l'individu i préfère faiblement l'état $x \in E$ à l'état $y \in E$ si et seulement si $x\ R_i\ y$. En établissant une connexion forte entre préférence et bien-être individuels, l'approche est qualifiée de *préférentialiste ordinaire*.

Définition 1. ***Préférentialisme ordinaire*** *: Une étude du* bien-être *préférentialiste ordinaire propose l'équivalence suivante : l'individu i préfère faiblement x à y si et seulement si i est au moins aussi bien dans x que dans y.*[6]

Le *bien-être* individuel peut être inféré d'une préférence, bien que l'on puisse considérer que : l'individu i est au moins aussi bien dans x que dans y si, et seulement s'il a un niveau d'utilité dans x qui est au moins égal à celui qu'il a dans y. Selon cette formulation, la relation de préférence individuelle est représentée par l'utilité de l'individu i. La *fonction d'utilité* de i est définie comme : $u_i : E \to \mathbb{R}$ telle que :[7]

$$u_i(x) \geqslant u_i(y) \Longleftrightarrow x\ R_i\ y \quad \forall x, y \in E \text{ et } \forall i \in \mathscr{P}, \tag{1}$$

avec $u_i(x) \in \mathbb{U}(E)$ l'ensemble des fonctions d'utilité pour tout $i \in \mathscr{P}$ et pour tout $x \in E$. Le *profil des fonctions d'utilité* est le vecteur qui a pour éléments les fonctions d'utilité des n

4. En cas d'indifférence entre x et y, alors $x\ R\ y$ et $y\ R\ x$.

5. Le cadre tel qu'énoncé correspond à une approche à « profils multiples » ; *cf.* Fleurbaey [1996, pp.71-73] pour une présentation en français des discussions à ce propos.

6. Le préférentialisme peut se présenter à partir de connexions moins directes entre préférences ordinaires et bien-être individuel. Les variantes du préférentialisme sont présentées plus loin dans ce chapitre.

7. Dans cette équivalence, on ne présente que le fait que les fonctions d'utilité peuvent avoir différents niveaux. En effet, selon (1), si le niveau d'utilité de l'individu i est au moins aussi élevé dans x que dans y, alors l'individu i préfère faiblement l'état x à y. Inversement, si l'individu i préfère faiblement l'état x à y, alors son niveau d'utilité dans x est au moins aussi élevé que son niveau d'utilité dans y.

individus dans $\mathscr{P}$: $U(.) = (u_1(.), ..., u_n(.))$. On peut encore écrire $U(x) = (u_1(x), ..., u_n(x))$, nous avons ainsi le vecteur des niveaux d'utilité rattaché à un état social, dont chaque élément $u_i(x)$ indique le niveau d'utilité d'un individu $i \in \mathscr{P}$ dans l'état $x \in E$ de sorte que $U(x)$ soit précisément défini sur $\mathbb{U}^n(E)$, l'ensemble des profils. La préférence sociale peut, elle aussi, être représentée par une fonction appelée *fonction de bien-être social* (FBES), *i.e.* l'application $W : D \to \Re$. « Pour chaque profil de fonctions d'utilité appartenant à $D \subset [\mathbb{U}^n]$, [la FBES] définit des préférences sociales $[R = W(u_1(.), ..., u_n(.))]$ sur $[E]$ »(Fleurbaey [1996, p. 62]). [8] La relation d'équivalence entre la préférence sociale et le niveau de bien-être social est dans la continuité de la relation (1) :

$$x \; R \; y \Longleftrightarrow W(U(x)) \geqslant W(U(y)). \tag{2}$$

L'évaluation se limite au classement des états dans E selon leur niveau de bien-être social associé. Le classement est indépendant du profil de fonctions d'utilité choisi car, quelque soit le profil retenu, le classement proposé par W reste le même. Ce classement ne dépend que des niveaux d'utilité générés par les états sociaux x et y. Cette approche est dite *welfariste.*

L'axiomatisation d'une évaluation *préférentialiste* du bien-être social a d'abord été l'oeuvre de Arrow [1951]. L'axiomatique qu'il proposait a mené à un résultat d'impossibilité. [9] En « élargissant » le concept *préférentialiste* du bien-être à l'utilité, le *welfarisme* propose une axiomatique qui s'émancipe de l'incompatibilité des propriétés de Arrow [1951].

Définition 2. ***Rationalité collective*** *: Pour chaque profil d'utilité $U(.) \in \mathbb{U}^n$, la préférence sociale R_U est un pré-ordre (partiel ou non).*

Définition 3. ***Universalité*** *: La fonction de bien-être social est définie sur l'ensemble de tous les profils d'utilité possibles $\mathbb{U}^n$.*

Définition 4. ***Indépendance*** *: Pour tous profils d'utilité $U(.)$ et $V(.)$ dans $\mathbb{U}^n$ et pour toute paire d'états sociaux x et y dans E ; si $U(x) = U(y)$ et $V(x) = V(y)$, alors les pré-ordres R_U et R_V coïncident dans le classement de x et y.*

Définition 5. ***Indifférence parétienne*** *: Pour chaque profil d'utilité $U(.)$ dans $\mathbb{U}^n$ et pour toute paire d'états sociaux x et y dans E ; si $U(x) = U(y)$ alors $x \; I_U \; y$.*

8. Comme l'observe Moyes [2012, p. 1352] : « Rigoureusement, nous devrions utiliser le terme fonctionnelle de bien-être social plutôt que fonction de bien-être social. Par définition, une fonctionnelle de bien-être social a pour argument la liste des fonctions d'utilités des agents et elle prend donc explicitement en compte les contraintes informationnelles, alors qu'une fonction de bien-être social utilise les niveaux d'utilité particuliers atteints par les agents dans le but de construire le classement en bien-être. » Pour plus d'informations, *cf.* Sen [1977a], d'Aspremont [1985], d'Aspremont et Gevers [2002] entre autres.

9. Pour une présentation de l'axiomatique de Arrow [1951] en français, *cf.* notamment Clément, Le Clainche et Serra [2008, pp. 27-32].

Selon Clément, Le Clainche et Serra [2008, p. 223] : « [l]es deux caractéristiques principales d'une métrique welfariste sont que l'évaluation proposée de la situation des individus : (i) utilise un indice subjectif de bien-être ; (ii) met l'accent sur la situation finale, *i.e.* sur la position atteinte par l'individu (« conséquentialisme »). » De toute évidence, le welfarisme implique le conséquentialisme. Il peut être traduit formellement par l'axiome de neutralité forte.

Définition 6. ***Neutralité forte*** *: Pour tous profils d'utilité $U(.), V(.)$ dans $\mathbb{U}^n$ et quatre états sociaux w, x, y et z dans E ; si $U(w) = V(y)$ et $U(x) = V(z)$, alors $w \ R_U \ x \Longleftrightarrow y \ R_V \ z$.*

Les axiomes présentés caractérisent le welfarisme par le théorème suivant :

Théorème 2.1. *Considérons une fonction de bien-être social F qui satisfait l'universalité et la rationalité collective. Il y a équivalence entre les trois assertions suivantes :*
(i) F satisfait l'indifférence parétienne et l'indépendance ;
(ii) F satisfait la neutralité forte ;
(iii) il existe un pré-ordre R^* tel que :

$$x \ R_U \ y \Longleftrightarrow U(x)R^*U(y). \quad (3)$$
[10]

Le welfarisme nous libère du fait que l'utilité ne soit que représentative des préférences individuelles, elle peut être représentative de l'intensité des préférences individuelles. Divers types de comparaisons deviennent envisageables, c'est le cas des comparaisons de différences d'utilité entre autres. Cela a pour conséquence d'enrichir le cadre d'étude.

2.3 Hypothèses de mesurabilité, de comparabilité d'utilité et invariance informationnelle

Une comparaison des niveaux d'utilité dans deux états est équivalente à l'énoncé d'une préférence entre ces deux états, c'est ce que pose la relation (1). En outre, si l'on considère que les niveaux *et* les différences d'utilité sont comparables, alors on dépasse l'information fournie par les préférences. Par exemple, posons quatre états $x, y, z, t \in E$. Si l'individu $i \in \mathscr{P}$ préfère fortement x à y, alors $u_i(x) > u_i(y)$, mais $u_i(x) - u_i(y) > u_i(z) - u_i(t)$ n'implique pas que i préfère x à y. On dit que le degré de comparabilité de l'utilité est plus élevé quand on peut comparer les différences et les niveaux d'utilité, que quand on peut seulement comparer les niveaux d'utilité.

10. Le théorème et sa démonstration sont présentés dans Weymark [à paraître, p. 28], précisément, la preuve du théorème découle de d'Aspremont et Gevers [2002] et Hammond [1979]. On peut trouver d'autres formulations de ce théorème dans Blackorby, Bossert et Donaldson [2002], Blackorby, Donaldson et Weymark [1984, p. 330] et Clément, Le Clainche et Serra [2008] entre autres.

Plusieurs types de comparaisons peuvent avoir un sens. Dans l'exemple précédent, la comparaison de différences d'utilité est *intra-personnelle.*

Définition 7. ***Comparaison intra-personnelle d'utilité :*** *Comparaison d'utilité d'un même individu dans deux états différents ou plus.*

De plus, il est envisageable de supposer que l'utilité est comparable *inter- personnellement.*

Définition 8. ***Comparaison inter-personnelle d'utilité :*** *Comparaison d'utilité de deux individus différents dans deux états éventuellement différents.*

Lorsque l'utilité est comparable au même degré intra- et inter-personnellement, la comparabilité est dite *totale.* [11]

Formellement, les divers degrés de comparabilité et mesurabilité de l'utilité se présentent par *équivalence informationnelle.* L'équivalence informationnelle se caractérise par une fonction de transformation (des fonctions d'utilité), de sorte que les profils de fonctions d'utilité qui sont équivalents soient définis à cette transformation près. Puisqu'un profil est un vecteur de fonctions d'utilité, une transformation est un vecteur de fonctions de transformation $\phi = (\phi_1, ..., \phi_n)$ avec $\phi_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, i \in \mathscr{P}$ comportant autant d'éléments que le profil. Si un ensemble de profils d'utilité est défini à cette transformation près, alors les profils en question sont tous équivalents en termes d'information. On dit que les profils font partie d'un même *ensemble d'information* Φ car l'information utilisable ne permet pas de les différencier. Le vecteur ϕ est compris dans l'ensemble Φ si et seulement si $\phi_i \in \Phi \ \forall i \in \{1, ..., n\}$. Les fonctions ϕ_i transforment les fonctions d'utilité $u_i(.)$ d'un profil $U(.)$ de sorte que le profil obtenu soit $\phi \circ U(.) = (\phi_1 \circ u_1(.), ..., \phi_n \circ u_n(.))$.

2.4 Les axiomes de mesurabilité et comparabilité de l'utilité

Plusieurs axiomes formalisent divers degrés de mesurabilité et de comparabilité de l'utilité. [12] Ces axiomes seront utiles pour la suite de l'exposé de la thèse.

Définition 9. ***Comparabilité partielle - CP :*** *$\phi \in \Phi^{CP}$ si et seulement si les éléments ϕ_i de ϕ sont tels que $\phi_i(t) = a \times t + b_i$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b_i \in \mathbb{R}$, pour tout $i \in \mathscr{P}$.*

11. Plus loin dans cette section, nous allons voir que la comparabilité de l'utilité peut être de différentes natures, tout comme sa mesurabilité. En supposant que l'utilité est mesurable à un degré donné, on fait une hypothèse plus forte qu'en postulant que l'utilité est comparable au degré correspondant. Par exemple, en supposant la mesurabilité des différences d'utilité intra-personnelles, on postule que les différences d'utilité intra-personnelles sont comparables ; la réciproque est fausse. Pour plus de détails, *cf.* Bossert [1991, p. 214].

12. Pour des présentations diverses d'axiomes formalisant la comparabilité de l'utilité, *cf.* Blackorby, Bossert et Donaldson [2002], d'Aspremont et Gevers [1977], Roberts [1980] entre autres. Pour plus de détails concernant la comparabilité et la mesurabilité de l'utilité, *cf.* Bossert [1991] et plus précisément le tableau 1 p. 215 qui expose les implications entre mesurabilité et comparabilité des niveaux et des différences d'utilité.

Dans le cadre **CP**, les comparaisons intra-personnelles des niveaux et des différences d'utilité ont un sens. Les comparaisons inter-personnelles des différences sont, elles aussi, utilisables car :

$$u_i(x) - u_i(y) > u_j(z) - u_j(w)$$
$$\Longleftrightarrow a \times u_i(x) + b_i - (a \times u_i(y) + b_i) > a \times u_j(z) + b_j - (a \times u_j(w) + b_j)\,.$$

Cependant, les comparaisons inter-personnelles des niveaux d'utilité n'ont pas de sens car : $u_i(x) > u_j(y)$ n'implique pas $a \times u_i(x) + b_i > a \times u_j(y) + b_j$.

Définition 10. ***Comparabilité totale - CT*** *: $\phi \in \Phi^{CT}$ si et seulement si les éléments ϕ_i de ϕ sont tels que $\phi_i(t) = a \times t + b$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b \in \mathbb{R}$, pour tout $i \in \mathscr{P}$.*

Les niveaux et les différences d'utilité sont comparables intra- et inter- personnellement. Le cadre **CT** est plus faible que le cadre **CP**. Cependant, les différences d'utilité ne sont mesurables ni intra- ni inter-personnellement. En outre, les comparaisons des ratios d'utilité n'ont pas de sens dans ce cadre. Pour y remédier, on peut considérer que « l'origine » de l'utilité est nulle.

Définition 11. ***Mesurabilité des ratios - comparabilité totale - MR-CT*** *: $\phi \in \Phi^{MR-CT}$ si et seulement si les éléments ϕ_i de ϕ sont tels que $\phi_i(t) = a \times t$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$, pour tout $i \in \mathscr{P}$.*

Puisque le coefficient est le même pour toutes les fonctions de transformation d'un profil et puisque ces fonctions ne transforment pas « l'origine » de l'utilité, alors les comparaisons intra- et inter-personnelles des niveaux, des différences et des ratios d'utilité ont du sens dans le cadre **MR-CT**. De plus, seule la mesurabilité des ratios de l'utilité est postulée. Pour relier un degré donné de mesurabilité et de comparabilité de l'utilité à un outil d'évaluation sociale, on s'appuie sur l'invariance informationnelle welfariste.

Définition 12. ***Invariance informationnelle welfariste*** *: Pour tout $x, y \in E$ et pour tout $U(.) \in D$ et tout $\phi \in \Phi$, $U(x)\ R^*\ U(y)$ si et seulement si $\phi \circ U(x)\ R^*\ \phi \circ U(y)$.*

Cet axiome s'inscrit dans un cadre welfariste car il reprend le pré-ordre R^* déterminé dans l'équivalence (3), qui a pour objets des vecteurs de niveaux d'utilité $U(x)$ et $U(y)$. L'invariance informationnelle est définie à partir d'un ensemble Φ donné. L'interprétation de cet axiome est normative, alors que l'interprétation d'un axiome de mesurabilité et de comparabilité de l'utilité détermine l'habileté à discerner les profils de fonctions d'utilité. De l'axiome de mesurabilité et de comparabilité de l'utilité à l'invariance informationnelle, on passe de l'interprétation : « on n'est pas capable de différencier l'information donnée par $U(.)$ et celle donnée par $\phi(U(.))$ » à : « on ne devrait pas différencier l'information fournie par $U(x)$ et celle fournie par $\phi(U(x))$ ».

L'invariance informationnelle pose une contrainte sur le pré-ordre de bien-être social. De cette manière, cette propriété régule l'émergence de règles de préférence sociale représentées par des FBES.

Puisque l'axiome d'invariance informationnelle a un contenu normatif, on peut légitimement se demander : quel cadre devrions-nous adopter ? Pour répondre à la question posée, il faut d'abord présenter les arguments qui justifient les divers degrés de mesurabilité et de comparabilité de l'utilité.

3 Les bases potentielles des comparaisons de bien-être

Les comparaisons inter-personnelles de bien-être sont nécessaires afin d'évaluer des états sociaux conflictuels au moyen d'une (ou plusieurs) FBES. Par conflictuels, on entend des états pour lesquels les préférences d'au moins deux individus concernés sont divergentes. Harsanyi [1953, 1955, 1977] et Adler [2012, 2014, à paraître] se basent sur le concept de *préférence élargie* dans le but de justifier les comparaisons inter-personnelles de bien-être. [13]

L'idée des deux auteurs est d'introduire la possibilité qu'un individu tiers puisse délibérer sur des options (élargies) même s'il n'est pas directement concerné par l'issue de la délibération. On parle alors de préférence élargie formulée par un *délibérateur*. Ce type de préférence fait l'objet d'une comparaison inter-personnelle de bien-être s'il s'agit de préférer la *situation* d'un individu plutôt que celle d'un autre. Dans ce cadre commun, Harsanyi et Adler supposent que, quelque soit la population étudiée, un délibérateur et les individus sont rationnels au sens de la théorie de l'utilité espérée. Ainsi, le bien-être individuel est induit par des préférences et représenté par l'utilité.

D'un côté, Harsanyi détermine les préférences élargies par *empathie*. Il défend que les niveaux et les différences d'utilité sont comparables inter-personnellement. D'un autre côté, Adler propose une approche où les préférences sont déterminées par *sympathie*. En outre, il défend un cadre où les niveaux, les différences et les ratios d'utilité sont comparables inter-personnellement.

Harsanyi postule que les préférences élargies sont toutes les mêmes quelque soit l'individu qui les formule (principe de similitude). Adler ne propose pas un tel postulat, il considère que si les individus sont unanimes sur une préférence élargie, alors cela renforce la justification de cette préférence. En ce sens, les comparaisons inter-personnelles de bien-être qui font l'unanimité pourraient être d'une nature particulière. En amont des travaux de justifications de telles comparaisons, il y a un débat sur la nature des délibérations éthiques que le chapitre présente

13. Les travaux d'Arrow [1977] sur les préférences élargies ne sont pas présentés dans cette section.

brièvement. La *méta-éthique* propose ledit débat dans lequel la définition du jugement de valeur est différente selon les courants de pensée. A ma connaissance, aucun des travaux d'économie ou de philosophie économique ne présente explicitement une définition du *jugement de valeur.* [14] Or, elle va être très utile pour discuter certains points des approches d'Harsanyi et d'Adler.

Dans un premier temps, nous présentons ce qu'apporte le débat méta-éthique à l'étude des comparaisons inter-personnelles de bien-être. Dans un deuxième temps, nous exposons l'approche d'Harsanyi ainsi que les critiques qui lui sont formulées. Enfin, cette section se termine par les travaux d'Adler et le critiques et défis qui lui font face.

3.1 Introduction sur la nature des jugements

Il est nécessaire de déterminer une frontière entre le factuel et le non-factuel afin de proposer une définition des jugements de valeur. Cet objectif se classe dans la littérature *méta-éthique.*

Définition 1. ***Méta-éthique*** *: Partie de la philosophie morale qui étudie les concepts et les jugements moraux, leurs relations logiques et leurs valeurs épistémologiques, indépendamment de leur contenu normatif.* [15]

Les questions *méta-éthiques* qui sont présentées dans cette sous-section sont issues des travaux d'Adler [2012] et de Darwall, Gibbard et Railton [1992] principalement.

« Quand les économistes disent que les questions normatives sont juste des « choix de valeurs », ou des mots à cet effet, ce qu'ils semblent faire (avec une terminologie moins fantasque) c'est adopter une position méta-éthique particulière. »(Adler [2012, p. 17]). Cette littérature oppose deux courants : le *cognitivisme* et le *non-cognitivisme.* [16] Ceux-ci débattent de l'existence de faits moraux, ici des *jugements de fait.*

> « [...] j'utilise « non-cognitivisme » pour signifier la double revendication : (1) les formulations morales ne défendent pas des faits et (2) il n'y a pas de faits moraux ; et « cognitivisme » signifie la position contraire sur les deux questions. »(Adler [2012, p. 17, note de bas de page 30]).

Les non-cognitivistes interprètent toutes les formulations éthiques comme des assertions normatives, *i.e.* des jugements de valeur.

Définition 2. ***Jugement de valeur non-cognitiviste :*** *Tout discours normatif ou formulation qui peut être reformulée explicitement comme un discours normatif.*

14. Adler [2012] présente la définition non-cognitiviste du jugement de valeur mais n'est pas très explicite sur la définition cognitiviste du jugement de valeur.

15. Méta-éthique, Dictionnaire de philosophie, Noëlla Baraquin, Armand-Colin, 2007.

16. Le cognitivisme serait une des treize « dimensions » du réalisme moral qui traite de questions de philosophie morale dont les questions méta-éthiques, selon Railton [1986b].

Ces auteurs ont une position plus forte que celle proposée par la loi de Hume. La loi énonce qu'il est impossible logiquement d'inférer des prescriptions normatives de seuls jugements de faits. [17] Selon eux, les assertions éthiques ne reposeraient que sur des considérations non-factuelles.

Les cognitivistes affirment que certaines assertions morales ne sont pas des expressions de seuls jugements de valeur. Ces assertions peuvent être factuelles, auquel cas il s'agit de l'expression d'un *jugement de fait*. La définition du jugement de fait divise les cognitivistes, par contre la nature d'une assertion en général semble être déterminée assez clairement.

> « Une formulation factuelle décrit un fait comme il est, et par conséquent elle doit être vraie ou fausse. En principe, elle peut être vérifiée ou réfutée sous des conditions idéales. [...][Les jugements de valeur] ne peuvent pas, par nature, être vrais ou faux dans le même sens qu'un jugement factuel. Alors, nous ne pouvons pas prouver ou démontrer la fausseté d'un jugement de valeur comme nous vérifions une formulation factuelle. » (Ng [1972, p. 1014]).

Les conditions « idéales »(ou idéalisées) permettent aux individus de disposer, si possible, de la démonstration logique de la véracité ou non d'une assertion. En ce sens, la distinction entre valeur et fait est épistémique. Si la démonstration logique d'une assertion est possible, alors la rationalité des agents dans des conditions idéalisées va entièrement déterminer leur point de vue sur la question. Dans ce cas, on dit que les agents formulent un *jugement de fait*. Railton [1986a, 1986b] est assez clair sur le sujet, il est à l'origine de la définition suivante.

Définition 3. ***Jugement de fait :*** *Considérons deux individus rationnels. Un d'entre eux affirme que « x est mieux que y » et l'autre affirme que « y est mieux que x. » Si les conditions idéalisées permettent de démontrer logiquement que x est mieux que y, alors les deux individus vont converger vers cette proposition. Celle-ci devient unanime ; il s'agit d'un jugement de fait.* [18]

Il y a des nuances entre les cognitivistes. Par exemple, Railton considère que si les conditions idéalisées permettent de démontrer logiquement que x est mieux que y, alors tous les individus de la population considérée $\mathscr{P}$ convergent vers cette proposition. Selon lui, une proposition qui fait l'unanimité au sein de tous les individus de $\mathscr{P}$ est un jugement de fait. D'autres auteurs semblent moins catégoriques, ils considèrent qu'une proposition est un jugement de fait si elle fait l'unanimité parmi un sous-ensemble de la population. Selon Railton [1986a], un jugement de valeur connait une issue différente.

17. Voir Clément, Le Clainche et Serra [2008, p. 38] entre autres.
18. On ne fait pas toujours référence explicitement à la rationalité des agents. Cette caractéristique est comprise dans les conditions idéalisées au même titre que l'information complète, *cf.* sous-section 3.3.1.

Définition 4. ***Jugement de valeur cognitiviste :*** *Considérons deux individus rationnels. Un d'entre eux affirme que « x est mieux que y » et l'autre affirme que « y est mieux que x. » Si l'on démontre dans des conditions idéalisées, de toutes les façons possibles que x est mieux que y et que les deux individus restent sur leurs positions, alors les deux assertions sont des jugements de valeur.*

Une démonstration logiquement irrésistible d'un jugement de valeur n'est pas dans le domaine des possibles. Pour les non-cognitivistes, aucune assertion éthique n'a de démonstration logiquement irrésistible, il n'existe donc pas de jugement de fait. Selon les cognitivistes (Railton, Smith, Ng ou Adler entre autres), la formulation « x est mieux que y » est un jugement de valeur si, dans des conditions idéalisées, au moins un individu a une position différente parmi tous les individus d'un ensemble donné. En effet, la démonstration n'est pas irrésistible et c'est la raison pour laquelle il ne s'agit pas d'un jugement de fait.

Les deux courants méta-éthiques sont en désaccord quant aux implications de l'unanimité des individus dans des conditions idéalisées. Les non-cognitivistes considèrent (i) qu'un jugement de valeur ne se transforme pas en jugement de fait sous prétexte qu'il est défendu par tout le monde. Selon les cognitivistes, (ii) une formulation morale qui fait l'unanimité (dans des conditions idéalisées) est factuelle. De façon très intéressante, certains cognitivistes semblent en accord avec la position (ii) et la position non-cognitiviste (i). [19] Pour eux, un jugement de fait peut être basé sur des *jugements de valeur secondaires*. Ces cognitivistes sont appelés les « théoriciens de la sensibilité » (sensibility theorists), ils considèrent « leur approche comme une amélioration considérable sur [...] le non-cognitivisme [...]. »(Darwall, Gibbard et Railton [1992, p. 154]).

> « Les jugements de valeur propres et les jugements de faits qui reflètent les valeurs personnelles sont logiquement distincts ; ceux-là ne peuvent pas, ceux-ci peuvent être vrais ou faux ; par conséquent, même si nous insistons sur la définition large [du jugement de valeur], nous devons les sous-définir comme jugements de valeur propres et jugements de valeur secondaires. »(Ng [1972, p. 1015]).

Selon Ng [1972], ces théoriciens adoptent une « définition large » du jugement de valeur et y mélangent jugements de valeur propres et certains jugements de faits. Le jugement de valeur cognitiviste est considéré par les théoriciens de la sensibilité comme un jugement de valeur « propre ». Selon eux, un jugement de fait est une assertion qui peut être démontrée de manière à faire converger tous les individus d'un ensemble donné, dans des conditions idéalisées, vers cette assertion. Ils approfondissent la définition de ce type de jugement : une assertion est un

19. Parmi ces auteurs, John McDowell et David Wiggins sont incontournables.

jugement de fait qui repose sur des jugements de valeur secondaires, si, dans des conditions idéalisées, les individus « corrigent » leurs jugements en améliorant leur discernement afin de converger vers un jugement commun. [20] Tous les jugements ne se corrigent pas : si les conditions idéalisées impliquent une correction, alors il s'agit de jugements de valeur secondaires ; si ces conditions n'impliquent pas la correction au point de faire converger les jugements, alors il s'agit de jugements de valeur propres. Les théoriciens de la sensibilité font apparaitre une compatibilité entre jugement de fait et subjectivité des individus. Il ne s'agit pas de considérer que les conditions idéalisées impliquent une démonstration logiquement irrésistible de manière objective, mais de manière à faire converger les subjectivités.

Quel est le rapport entre la justification des comparaisons de bien-être et le problème de la définition des jugements de valeur ? D'un côté, on ne justifie pas les comparaisons inter-personnelles de bien-être de la même manière si on part du postulat qu'elles sont toutes des jugements de valeur (c'est la position d'Harsanyi) ou si on a une définition différente de ces jugements. Nous verrons plus loin que selon la définition du jugement de valeur que l'on adopte, la construction d'un *courant éthique* ne répond pas aux mêmes enjeux. [21] D'un autre côté, en analysant les modes de justifications des comparaisons inter-personnelles de bien-être (ou d'un courant éthique), on peut inférer l'ensemble des définitions possibles des jugements de valeur. Selon si l'ensemble est plus ou moins large, la justification est respectivement plus ou moins flexible au plan méta-éthique. La flexibilité méta-éthique pourrait d'ailleurs être utilisée comme critère d'évaluation des modes de justification.

3.2 La méthodologie d'Harsanyi

3.2.1 Les préférences élargies et le bien-être : une approche basée sur l'empathie

Pour Harsanyi, les individus ont deux types de préférences : les *préférences ordinaires* et les *préférences élargies*. [22] Dans le cas d'une *préférence ordinaire*, un individu préfère un état plutôt qu'un autre en se basant (simplement) sur sa subjectivité. Par exemple, l'individu $i \in N$ préfère x à y ; avec $x, y \in E$. Ce type de préférence a pour objet des états, alors qu'une *préférence élargie* est définie sur des *options élargies*. L'option élargie ou *situation* regroupe un état et une *position individuelle*. L'état comporte les caractéristiques objectives susceptibles d'impacter le bien-être individuel ; la position individuelle comprend toutes les caractéristiques subjectives des individus concernés. Les préférences ordinaires font partie de la position individuelle.

20. Le verbe « corriger » est employé par Darwall, Gibbard et Railton [1992, p.153].

21. Adler [2012, p.364] définit un courant éthique comme une « structure justificative » d'un pré-ordre partiel de préférence sociale, voir *infra* (p. 58).

22. Rigoureusement, les individus ont des préférences ordinaires et des préférences éthiques qui sont élargies.

On dit que celui qui émet une préférence élargie a une fonction de *délibérateur* car il peut avoir une préférence sur des options élargies dont il n'est pas forcément le sujet. Par *sujet*, on entend un individu directement concerné par une option élargie. Pour contracter les notations, le sujet $i \in \mathscr{P}$ représente la position individuelle de i, de sorte que la situation de i dans l'état $x \in E$ est notée (x, i). Si un délibérateur a une préférence élargie sur deux situations dont les sujets sont une seule et même personne, alors la préférence est dite *intra-personnelle.*

Définition 5. ***Préférence élargie intra-personnelle :*** *Soit un délibérateur d, $\forall i \in \mathscr{P}$ et $x, y \in E$, une préférence élargie intra-personnelle est de type : $(x, i)\ R^d\ (y, i)$.*

Si la préférence porte sur deux situations dont les sujets sont des personnes différentes, alors la préférence est élargie et *inter-personnelle.*

Définition 6. ***Préférence élargie inter-personnelle :*** *Soit un délibérateur d, $\forall i, j \in \mathscr{P}$ avec $i \neq j$ et $\forall x, y \in E$, une préférence élargie inter-personnelle est de type : $(x, i)\ R^d\ (y, j)$.*

Harsanyi fait deux hypothèses de base : (i) le délibérateur dispose de toute l'information concernant les conditions objectives de l'ensemble des états, concernant les préférences ordinaires des individus et ce qui influence ces préférences [23] ; (ii) les individus (délibérateurs ou non) sont rationnels au sens de la théorie de l'utilité espérée de von Neumann et Morgenstern (vNM). [24] Selon le modèle vNM, un individu a le choix parmi des loteries de gains, *i.e.* des ensembles finis des gains associés à des probabilités d'occurrence. Les auteurs démontrent que si un individu i classe un ensemble de loteries rationnellement (*i.e.* selon les axiomes de complétude, d'indépendance et de continuité), alors il existe une fonction d'utilité $u_i(.)$ définie à une transformation affine strictement croissante près telle que le classement proposé est formé selon l'utilité espérée de gain de i. Dans le modèle d'Harsanyi, le délibérateur d, rationnel, a donc une fonction d'utilité $u^d(.)$ définie sur l'ensemble des situations $S := E \times \mathscr{P}$ et qui représente ses préférences élargies. Cette fonction est définie à une transformation affine strictement croissante près, donc formellement, on postule que le délibérateur peut comparer inter-personnellement les niveaux et les différences d'utilité retirés des différentes situations dans S.

Harsanyi justifie les comparaisons inter-personnelles des niveaux et des différences d'utilité en s'attaquant à un problème concernant la méta-physique et la psychologie. Indiscutablement, deux individus différents, bien qu'ils aient les mêmes préférences, sont physiquement deux enti-

23. Pour autant, Harsanyi postule que le délibérateur ne connait pas sa propre identité. En ce sens, son information n'est pas complète.

24. Adler [2014, p. 124] fait un rappel très clair de ce que l'on entend par préférence ordinaire (ou préférence d'état) : « Une préférence d'état est un état psychologique de la part du détenteur de préférence, qui prend la forme d'une relation entre lui et des états (l'individu i préfère l'état x à y), et joue le rôle psychologique de motiver ses choix [...]. » En d'autres termes, la préférence ordinaire est un classement d'états qui motive les choix d'un individu.

tés distinctes. La théorie de l'identité personnelle que l'auteur adopte se base sur les principes forts de différenciation non-garantie et de corrélation non-garantie. [25]

Définition 7. ***Principe fort de différenciation non-garantie :*** *$\forall i, j \in \mathscr{P}$ et $\forall x, y \in E$:*

$$[R_i(E) = R_j(E)] \Longrightarrow [u_i(x) = u_j(x) \quad \text{et } u_i(x) - u_i(y) = u_j(x) - u_j(y)] \, .$$

En d'autres termes : en l'absence de preuve contraire, deux individus ayant les mêmes préférences et intensités de préférences sont supposés dériver le même niveau et les mêmes différences d'utilité d'une et plusieurs situations, respectivement. Selon le principe énoncé, seules les préférences (et la sensibilité) ordinaires sont censées former le niveau ou les différences d'utilité d'un individu. Toute autre propriété individuelle n'est censée, à la rigueur, qu'influencer les préférences.

Les facteurs qui forment les préférences ordinaires s'identifient grâce à l'étude psychologique. Harsanyi [1955, p. 319] explique que cette étude permet d'observer des « changements de satisfaction » (*i.e.* le gain ou la perte d'utilité) dus à des changements de *propriétés évolutives* pour un individu.

Définition 8. ***Propriété évolutive :*** *propriété physique ou psychique qu'un individu peut acquérir ou délaisser.*

Par exemple, l'âge, le niveau d'éducation sont des propriétés évolutives. A contrario, l'évolution du niveau d'utilité due à des différences de propriétés non-évolutives (*propriétés essentielles*) sont inobservables pour l'étude psychologique.

Définition 9. ***Propriété essentielle :*** *propriété physique ou psychique qu'un individu possède et dont il ne peut se débarrasser, qu'il ne peut pas changer.*

Il y a débat sur certaines propriétés qui, pour certains, sont essentielles, et pour d'autres, sont évolutives. Le genre ou la couleur de peau d'un individu sont l'objet de ce genre de débat. Le principe de corrélation non-garantie nous dit que les propriétés essentielles n'ont aucune incidence sur le niveau d'utilité qu'un individu retire dans un état donné.

Définition 10. ***Principe fort de corrélation non-garantie :*** *Pour tous $i \in \mathscr{P}$ et $j \in \mathscr{P}$ essentiellement différents et deux états $x, y \in E$. Considérons C, l'ensemble des propriétés*

25. Nous verrons ultérieurement que la comparabilité inter-personnelle des différences d'utilité est nécessaire pour arriver aux résultats d'Harsanyi. En ce sens, nous avons renforcé la définition de principe de différenciation non-garantie présentée dans Kandil [2012, p. 136] ainsi que celle du principe de corrélation non-garantie présentée dans Harsanyi [1955, p. 319].

évolutives ayant un impact sur l'utilité des individus i et j. Si les variables dans C sont de mêmes niveaux, alors

$$[u_i(x) = u_j(x) \quad et \quad u_i(x) - u_i(y) = u_j(x) - u_j(y)] \,.$$

Selon la théorie de l'identité personnelle d'Harsanyi, les propriétés essentielles d'un individu n'ont aucun impact sur ses préférences ordinaires, et seules ses préférences ordinaires (sensibilité incluse) déterminent son niveau et ses différences d'utilité dans E. En respectant cette théorie, la connaissance des lois psychologiques permet d'effectuer des comparaisons inter-personnelles des niveaux et des différences d'utilité. Le délibérateur adopte cette théorie et ses préférences élargies s'interprètent par causalité : [26]

> « Le délibérateur d préfère être en x sous l'influence des facteurs causaux qui conditionnent les préférences de j, plutôt qu'en y sous l'influence des facteurs causaux qui conditionnent les préférences de k. »(Mongin [2001, p. 15]).

Harsanyi [1977, p. 53] revendique clairement que les préférences élargies sont des « préférences entre alternatives en partie imaginaires ». Le délibérateur fait usage d'*empathie par projection* envers les sujets pour former la préférence élargie.

Définition 11. ***Empathie par projection :*** *Sentiment de ce que l'on imagine que quelqu'un d'autre ressent ou, peut-être, devrait ressentir.* (Darwall [1998, p. 261]). [27]

De cette manière, le niveau de bien-être se détermine à la première personne du singulier que ce soit pour le sujet ou pour le délibérateur. En étant empathique par projection, le délibérateur d se dit : « si je suis l'individu i dans l'état x, alors je ressens un niveau d'utilité $u_i(x)$ ». La projection par le délibérateur d de l'utilité effective de l'individu i en x est $u_i(x)$.

D'après Mongin [2001, p. 12], l'interprétation causale par empathie présente la préférence élargie comme « objective par nature » car les facteurs causaux pris en compte expliqueraient toute le subjectivité des individus concernés. Cet argument permet à Harsanyi de considérer que tous les délibérateurs ont des préférences élargies similaires.

Définition 12. ***Principe de similitude :*** *Soit $\mathscr{P}_d$ l'ensemble des délibérateurs. Pour tous délibérateurs $d, k \in \mathscr{P}_d$; deux états $x, y \in E$; et deux individus $i, j \in \mathscr{P}$; pour R^d et R^k définis sur S, on a : $(x,i)\ R^d\ (y,j) \Longrightarrow (x,i)\ R^k\ (y,j)$.*

26. En suivant une logique voisine, Kolm [1994] justifie les comparaisons inter-personnelles d'utilité en se basant sur les préférences « fondamentales ».

27. Des travaux en neurosciences se penchent sur « l'échafaudage neuronal » de l'empathie. De façon réductrice, selon Serra [2016], l'empathie est une capacité issue d'un système neuronal partiellement séparé d'autres systèmes qui, dans le cerveau humain, sont concernés par les relations avec autrui.

Dans le simple cadre des préférences élargies intra-personnelles, Harsanyi conforte le principe de similitude en posant une connexion forte entre ce type de préférence et les préférences ordinaires des individus.

Définition 13. ***Principe d'acceptance :*** *Deux états $x, y \in E$; pour tout individu $i \in \mathscr{P}$; pour R_i défini sur E et R^d défini sur S, on a : $(x, i)\ R^d\ (y, i) \Longleftrightarrow x\ R_i\ y$.*

Les préférences ordinaires sont des classements qui motivent les choix entre états, alors que les préférences élargies sont des classements qui se connectent au choix d'un délibérateur sur des situations.[28] Ainsi, Mongin [2001] et Adler [2012, 2014] estiment que le principe d'acceptance établit un lien fort entre les deux types de préférences, ce qui assure qu'une préférence élargie conserve un degré élevé de motivation à insuffler sur le choix entre états.

De plus, le principe d'acceptance a pour objet d'assurer que l'approche est bien non-paternaliste ou *libérale* dans le sens où la liberté individuelle ne peut être restreinte pour le bien-être de l'individu.

Définition 14. ***Libéralisme :*** *Respect de la liberté des individus à poursuivre leur propre conception du bien.*[29]

Clairement le délibérateur, qui n'est pas le sujet des situations, doit rester neutre quant à la définition du bien-être individuel intra-personnel ; le principe d'acceptance remplit cette condition.

La préférence élargie respecte à la fois les principes d'acceptance et de similitude lorsque : l'individu j préfère x à y si et seulement si le délibérateur d (et tout autre délibérateur $k \neq d$) préfère être en x sous l'influence des facteurs causaux qui conditionnent les préférences de j, plutôt qu'en y sous la même influence.

3.2.2 Les critiques

Broome [1999] et Mongin [2001, p. 30] s'accordent sur le fait que « les jugements de préférences sont par nature subjectifs, donc non-uniformes. » Selon les auteurs, il est impossible de défendre le principe de similitude dans une approche préférentialiste. Mongin indique que le principe ne peut se justifier que si l'on écarte la préférence élargie au profit d'une prédiction. Un délibérateur prédit que (x, i) est mieux que (y, j) ; étant informé de façon adéquate et

28. Une note de bas de page précédente faisait déjà état du rôle motivationnel de la préférence. Pour plus de détails, voir Adler [2014, p. 127].

29. Définition inspirée de Deneulin [2002, p. 499]. Ferey [2011] présente plusieurs définitions du paternalisme (*e.g.* pur ou impur, welfariste ou non, fort ou faible). De la même manière, il devrait y avoir plusieurs définitions du libéralisme, mais ce chapitre n'en fait pas état. Cependant, le libéralisme est ici welfariste, *i.e.* le bien est le bien-être individuel.

rationnel, sa prédiction est similaire à n'importe quel autre délibérateur dans les mêmes conditions. Harsanyi défend le principe de similitude sur la base que les variables qui causent des différences de préférence peuvent devenir des objets de préférence afin que celle-ci soit uniforme (objective). Selon Broome, une cause de préférence peut aussi faire l'objet de ladite préférence, il n'en demeure pas moins qu'elle en reste la cause. Il en arrive à dire que le principe est faux.

Dans la mesure où les délibérateurs ont tous les mêmes préférences élargies, celles-ci devraient être des jugements de fait d'un point de vue cognitiviste et des jugements de valeur d'un point de vue non-cognitiviste. Cependant, la similitude des préférences élargies est *postulée* dans le cadre d'Harsanyi, et ce, sur des bases discutables. Les délibérateurs ne sont pas incités à corriger leur position face à une démonstration logique car ils sont supposés d'emblée avoir la même position. L'approche est incompatible avec le cognitivisme. L'auteur a raison de dire que les préférences élargies sont des jugements de valeur, on devrait ajouter que ce sont des jugements de valeur non-cognitivistes. En ce sens, les travaux d'Harsanyi manquent de flexibilité méta-éthique.

Selon cette approche, le recours à l'empathie par projection forme les préférences élargies. Selon Hoffman [1990], en étant empathique, on devient affecté par le sentiment qui se voulait imaginaire au départ. Autrement dit, un transfert de sentiments effectifs (par opposition à l'imaginaire) s'opère entre un donneur (le sujet d'une situation) et un receveur (le délibérateur) qui, au départ, veut déterminer ce que ressent le sujet. Par exemple, si un délibérateur cherche à déterminer par projection ce que ressent un individu dans un état douloureux, il imagine la douleur de l'autre mais aussi, dans une certaine mesure, il ressent de la douleur lui-même. Cette douleur-ci est empathique. Darwall [1998, p. 271] indique qu'un individu atteint de douleur empathique fait des efforts pour se réconforter ou se soulager lui-même. La réaction au transfert de sentiments montre une subtilité notable de l'objet de l'empathie : un individu empathique n'a pas forcément de considération pour la personne-sujet de la situation observée. En fait, il a uniquement de la considération pour ce que ressent la personne.

Pour Adler [2012, 2014], les propriétés essentielles ont certainement un impact sur les préférences ordinaires et élargies. En ce sens, il est en désaccord avec le principe de corrélation non-garantie. Selon lui, le fait qu'une propriété soit essentielle ne permet pas d'expliquer que cette propriété soit exclue de l'analyse du bien-être. Cependant, si l'on relâche le principe de corrélation non-garantie, alors le délibérateur ne peut pas formuler de préférences interpersonnelles car les situations sont impossibles à imaginer. En effet, si l'on reconnait que les propriétés essentielles des individus ont un impact sur le bien-être généré par les situations des individus quelque soit l'état, alors quelqu'un qui n'a pas ces propriétés ne peut pas déterminer les préférences des sujets. Dans la même logique, la pertinence d'un attribut avec la notion de bien-être ne devrait pas dépendre du fait que cet attribut est déterminant pour les préférences ordinaires. Ce parti va à l'encontre de l'interprétation causale présentée par Mongin [2001] qui ne considère que les facteurs causaux des préférences ordinaires afin de déterminer une préférence élargie. Adler prend l'exemple suivant : supposons qu'une détérioration très légère de l'état de santé n'a pas d'influence causale sur les préférences ordinaires des individus. En d'autres termes, les individus préfèreraient ne pas subir cette détérioration, mais en la subissant, cela ne change rien à la façon dont ils classent les états. D'après l'interprétation causale de Mongin, un délibérateur d devrait négliger si oui ou non un sujet j ou l'autre, k, subit la détérioration afin de déterminer une préférence élargie entre (x, j) et (y, k). Pourtant cette négligence semble arbitraire dans la mesure où les préférences élargies fournissent une analyse du bien-être.

Selon Adler, même si l'on accepte le principe de corrélation non-garantie, la formation des préférences élargies au moyen de l'empathie par projection demeure problématique. En effet, il est même très difficile d'imaginer avoir certaines propriétés évolutives. Par exemple, le genre est une propriété considérée comme évolutive pour beaucoup ; pourtant il semble très difficile de s'imaginer changer de sexe.

Harsanyi propose une *hypothèse d'incarnation équiprobable* : le délibérateur sait qu'il fait partie de la population pour laquelle il délibère, mais il ne sait pas qui il est et considère qu'il a une chance égale d'être n'importe qui. Cette hypothèse est utilisée afin d'avoir des préférences impartiales, mais elle permet d'éviter le problème des propriétés essentielles. Adler [2012, 2014] critique l'idée du voile d'ignorance comme outil de formation des préférences élargies car elle implique une perte d'information pour le délibérateur. Celui-ci a besoin de toute l'information sur son histoire personnelle pendant qu'il délibère afin d'éviter d'avoir des préférences endoctrinées. Ce problème survient aussi quand on postule le principe d'acceptance.

Selon Kandil [2012, p. 138] : « L'axiome d'acceptance garantit que le jugement de l'observateur sous voile d'ignorance est bien neutre : il ne dépend pas de ses préférences personnelles. » Adler pense que les délibérateurs doivent avoir des *degrés modérés de neutralité* et de *recul* dans la formation des préférences élargies.

Définition 15. ***Degrés de neutralité des préférences élargies :***
(i) degré fort : le délibérateur d préfère (faiblement) la situation (x, j) à (y, j) si et seulement si l'individu j préfère (faiblement) x à y ; pour tout $d, j \in \mathscr{P}$ et pour tout $x, y \in E$.
(ii) degré modéré : le délibérateur d ne préfère pas fortement la situation (y, j) à (x, j), si l'individu j ne préfère pas faiblement y à x ; pour tout $d, j \in \mathscr{P}$ et pour tout $x, y \in E$.

Le degré modéré de neutralité est une condition à la formation des préférences élargies plus faible que le degré fort de neutralité. Celui-ci est d'ailleurs le principe d'acceptance présenté de manière légèrement moins formelle.

Définition 16. ***Degrés de recul des préférences élargies :***
(i) degré nul : le délibérateur d considère, en toutes circonstances, que l'individu j préfère (faiblement) x à y si et seulement si j est mieux (au moins aussi bien) dans x que dans y ; pour tout $d, j \in \mathscr{P}$ et pour tout $x, y \in E$.
(ii) degré modéré : le délibérateur d considère, selon les circonstances, que la préférence (faible) de l'individu j pour x plutôt que y n'implique pas que j soit mieux (au moins aussi bien) dans x que dans y ; pour tout $d, j \in \mathscr{P}$ et pour tout $x, y \in E$.

Un degré modéré de recul dans la formation des préférences élargies signifie que le délibérateur considère que l'individu peut se tromper quant à l'évaluation de son propre bien-être. Un degré nul de recul signifie que l'observateur considère qu'un individu ne se trompe pas dans la formulation de ses préférences ordinaires.

Parfit [1987], Darwall [1998] et Adler [2012, 2014] formulent une *objection d'éloignement* à l'encontre d'un degré nul de recul des préférences élargies. Ils énoncent qu'un individu peut avoir des préférences ordinaires sur des objets si éloignés de lui-même, que cette préférence n'a aucun impact sur son bien-être. Dans ce cas, il est difficile de prétendre que la préférence d'un individu définit son bien-être, bien qu'il soit complètement informé et rationnel. Adler [2012, p. 176] explique que même si l'on restreint les préférences à celles qui influencent des états par causalité, cela ne déjoue pas l'objection d'éloignement. Par exemple, un individu peut avoir une préférence pour la préservation de l'environnement ; supposons que sa préférence ait un impact sur l'état futur de la planète. Si cet impact a lieu des siècles plus tard, alors cette préférence n'a aucun impact sur le bien-être de l'individu puisque son effet ne se réalise qu'après la mort de celui-ci. Un degré modéré de recul résout cette difficulté.

En outre, Adler [2012] contredit le principe de similitude et propose d'introduire un degré modéré de recul dans la formation des préférences éthiques. Malgré la rationalité du délibérateur et l'information à sa disposition pour former ses préférences éthiques, celui-ci pourrait être victime d'un endoctrinement de ses préférences.

On peut compléter la définition de rationalité proposée par Harsanyi en y ajoutant des conditions historiques. On reconnaitrait ainsi que les préférences de l'individu i, sous les conditions d'information complète et de rationalité peuvent être distordues par des facteurs historiques. L'endoctrinement d'un individu est un facteur historique des préférences, par exemple. Cette distorsion pourrait aussi être due au phénomène de préférence adaptative, auquel cas un individu i rationnel préfèrerait la situation (x, i) dans laquelle il serait moins bien, à la situation (y, i) dans laquelle il serait mieux. Un degré de recul souhaitable doit pouvoir préserver le délibérateur de ses préférences élargies distordues sur des situations où il est le sujet.

3.3 La méthodologie d'Adler

3.3.1 Les préférences élargies et le bien-être : une approche basée sur la sympathie

Pareillement à Harsanyi, un individu a des préférences ordinaires sur des états, et des préférences élargies sur des situations quand il prend la fonction de délibérateur. [30] Les préférences ordinaires sont des préférences de *premier ordre*, alors que le délibérateur a des préférences de *second ordre*. En effet, la façon dont le délibérateur classe un ensemble de situations dépend à la fois des états *et* des préférences ordinaires du ou des sujets.

Selon cette approche, le délibérateur formule une préférence en étant *complètement informé*. Il dispose d'une information à trois dimensions : (i) « une information complète concernant les caractéristiques établies des états. » Par exemple, si l'état x est une distribution de revenus, alors le délibérateur connait le niveau de revenus associé à chacune des positions dans la société. Il dispose (ii) d'une « information complète sur les origines de ses propres préférences » ; et (iii) « de toute autre information qu'il trouve pertinente étant données [(i)] et [(ii)] » pour formuler des préférences élargies.(Adler [2012, p. 214]). Le délibérateur utilise cette information de manière rationnelle. Adler propose une définition de la rationalité qui repose exclusivement sur des conditions procédurales. Les conditions qu'il réunit sont assez standard, le délibérateur doit respecter les axiomes vNM de l'utilité espérée, « [il] ne doit pas faire d'erreur dans son raisonnement déductif ou inductif, ses préférences de premier ordre et d'ordre supérieur doivent être cohérentes avec chaque autre ; son attention doit être concentrée sur le classement à effectuer

30. En fait, le délibérateur a des préférences élargies sur des loteries de situations. A la différence d'Harsanyi, ces loteries ne représentent pas un état social tel qu'il serait perçu en position d'ignorance. Elles rendent compte du risque qu'il peut y avoir dans la réalisation d'un choix qui porte sur des situations individuelles, et non pas sur une dimension sociale. Par conséquent, l'ensemble des objets des préférences élargies comprend des loteries uni-individuelles, *i.e.* dont l'ensemble des issues ne concerne qu'un sujet (ou individu). Par exemple, considérons une population de 3 individus i, j et k et un ensemble de 3 états x, y et z. Une préférence élargie du délibérateur k en faveur d'une loterie A impliquant l'individu i, sur une loterie B impliquant j, s'écrit :

$$A := \{(p,(x,i));(q,(y,i));(1-p-q,(z,i))\} \succ_k B := \{(p^*,(x,j));(q^*,(y,j));(1-p^*-q^*,(z,j))\}.$$

Bien que le délibérateur ait des préférences pour des situations, il a aussi des préférences pour des choix afin d'atteindre les situations préférées. Les probabilités épistémiques (*i.e.* p, p^*, q, q^* dans l'exemple) sont fixées et exogènes. Adler [2012, p. 326 notamment] considère que le délibérateur est neutre au risque. Le chapitre se focalise sur la construction du courant éthique exclusivement. Il ne sera pas question de considérer les préférences de choix risqués. Ainsi, nous analysons des préférences élargies pour des situations qui peuvent être comprises comme des loteries dégénérées. La formulation : le délibérateur préfère (x,i) à (y,j) revient à dire que le délibérateur préfère A à B sachant que $p = q^* = 1$. Contrairement à l'approche d'Harsanyi, l'analyse de préférences élargies sur des situations n'enlève rien au caractère impartial que revêtent ces préférences.

plutôt que distraite par d'autres préoccupations ; son état émotionnel doit être calme. »(Adler [2012, p. 215]). [31]

Les préférences élargies sont formées à partir de la *sympathie* du délibérateur.

Définition 17. ***La sympathie*** *: « Un sentiment ou une émotion qui* (*a*) *répond à quelque menace apparente ou obstacle au bien ou au bien-être d'un individu,* (*b*) *a pour objet l'individu en question, et* (*c*) *implique de l'attention pour lui, donc pour son bien-être, à son égard. »(Darwall [1998, p. 261]).*

Comme le fait remarquer Darwall [1998, p. 275], les objets propositionnels de l'empathie et de la sympathie sont souvent les mêmes, à savoir : le délibérateur souhaite que le sujet soit mieux. La différence se remarque quand on analyse les objets non-propositionnels des deux sentiments : l'empathie a pour objet (indirect) ce que le sujet ressent et la sympathie a pour objet (indirect) le sujet lui-même.

Par sympathie (tout comme par empathie), un transfert de sentiments effectifs s'opère entre un donneur : le sujet d'une ou plusieurs situations, et un receveur : le délibérateur sympathisant. Le sentiment que reçoit le sympathisant est un sentiment sympathique. Posons que le sentiment effectif soit la douleur. A la différence d'une douleur empathique dont le receveur veut se soulager lui-même, le receveur de la douleur sympathique veut soulager le sujet car c'est le moyen de soulager sa propre douleur. La douleur sympathique est de la douleur *pour* le sujet. En cela, il y a une différence notable entre sympathie et empathie ; l'empathique se dit « j'ai mal » car le sujet se dit « j'ai mal », alors que le sympathisant se dit « j'ai mal car *il* a mal » lorsque le sujet se dit « j'ai mal ». Quand on sympathise, l'analyse des sentiments du sujet se fait à la troisième personne. Il ne s'agit pas de se mettre à la place du sujet pour déterminer ce qu'il ressent, mais faire attention à l'autre pour déterminer le bien-être du sujet.

Le recours à la sympathie pour former les préférences élargies intra-personnelles est un moyen de déjouer l'objection d'éloignement. Cette objection vise à encadrer les fondements des préférences. On ne peut pas simplement se mettre à la place d'un individu et considérer ses désirs pour rendre compte de son bien-être. Ceux-ci peuvent en être éloignés, et la préférence élargie doit déjouer cette difficulté. La sympathie et le bien-être d'un individu ont un lien explicite énoncé en (*a*) de la définition ci-dessus. Darwall [1998, p. 275] dit que « le bien-être

31. Weymark [1991] critique notamment Harsanyi car il s'appuie sur la théorie de l'utilité espérée pour fonder la rationalité des individus. Harsanyi emploierait donc une théorie de la rationalité des préférences individuelles ordinales alors que son approche concerne des fonctions d'utilité cardinale. En outre, Sen [1977b] considère qu'il n'est pas nécessaire d'employer des fonctions vNM pour présenter normativement le bien-être individuel. Ces remarques concernent aussi les travaux d'Adler. Il y répond notamment dans Adler [à paraître, p. 20] : il n'est pas nécessaire de postuler que les fonctions d'utilité soient de type vNM pour définir le bien-être individuel dans son approche. Cependant, le postulat de rationalité vNM et la neutralité au risque en bien-être simplifient grandement l'exposé de l'approche.

est normatif pour la sympathie » car si la menace au bien-être n'existait pas, alors il n'y aurait aucun motif d'être sympathique. Adler ajoute que le délibérateur doit avoir une attention prédominante pour *un* sujet afin que la préférence élargie qu'il formule à son égard ait pour motif prédominant d'améliorer son bien-être. La sympathie prédominante est considérée comme exclusive de sorte que :

> le délibérateur d préfère (x, i) à (y, i) si et seulement si d préfère x à y en étant complètement informé, rationnel et exclusivement sympathique envers i.

Ce contexte sympathique en information complète permet de distinguer une sous-catégorie de préférences intra-personnelles, celles dont le délibérateur est le sujet.

Définition 18. ***Préférence élargie intra-personnelle égocentrique :*** *le délibérateur d préfère (x, d) à (y, d) si et seulement si d préfère x à y en étant complètement informé, rationnel et exclusivement sympathique envers lui-même.*

Adler définit les préférences élargies avec le souci que les propriétés essentielles des individus puissent avoir un impact sur le bien-être. Cela soulève deux niveaux de difficultés métaphysiques : (i) lorsqu'un délibérateur formule une préférence intra-personnelle alors que le sujet est une autre personne, le délibérateur et le sujet n'ont pas les mêmes propriétés essentielles. (ii) Lorsqu'un délibérateur formule une préférence inter-personnelle, il doit faire face aux différences entre ses propres propriétés essentielles et celles de chacun des sujets. De plus, il doit faire face aux différences entre les propriétés essentielles des deux sujets. En (i), la sympathie contourne la difficulté car l'analyse du bien-être du sujet se fait à la troisième personne. Quand le délibérateur formule une préférence, il sait qu'il est une personne différente du sujet. Il admet que ses propriétés essentielles ne peuvent pas être celles du sujet, donc il ne peut pas se mettre complètement à la place de celui-ci. En outre, ce n'est pas l'objet de la sympathie. En (ii), la sympathie écarte les difficultés dues aux propriétés essentielles entre le délibérateur et chacun des sujets. Cependant, la démarche est impuissante face aux différences entre les propriétés essentielles des deux sujets. Selon Adler [à paraître, p. 20], la connexion par sympathie est limitée à des situations dans lesquelles les propriétés sont évolutives et les propriétés essentielles (s'il y en a) sont les mêmes.

Afin de formuler une préférence inter-personnelle, le délibérateur ne peut pas être exclusivement sympathique pour un sujet, puis exclusivement sympathique pour un autre sujet. La préférence est un état psychologique synchrone ; il faut que l'état évaluatif (rationalité, information, attitude) du délibérateur soit fixe pour que l'explication d'une préférence soit cohérente. Pour Adler, seul le jugement *explicite* du délibérateur permet de formuler une préférence inter-personnelle :

le délibérateur d préfère faiblement (x, i) à (y, j) si et seulement si d juge que l'individu i est au moins aussi bien dans x que j l'est dans y.

Adler avance qu'il est impossible d'être exclusivement sympathique pour un sujet et être exclusivement sympathique pour un autre sujet quand on pose un état évaluatif fixe. Je conteste cette idée. A mon sens, il est impossible d'être exclusivement sympathique pour un autre individu que soi-même. Adler [2014, p. 146, note de bas de page 39] considère d'ailleurs qu'il est raisonnable de penser que la sympathie exclusive est « irréaliste et malsaine ». La raison pour laquelle on ne peut être exclusivement sympathique envers quelqu'un d'autre relève de deux caractéristiques de la sympathie : (a) ce sentiment est dirigé de manière inhérente vers l'*ego* mais peut aussi être dirigé vers d'autres personnes ; (b) il est non quantifiable donc impossible à partager en deux niveaux égaux. Je rejoins tout-de-même l'idée qu'un délibérateur peut avoir de la sympathie prédominante pour une autre personne. Un délibérateur peut exclusivement être sympathique pour *un* sujet seulement si l'on ne considère la sympathie que dans un champ hors-ego ; on dit ici que la sympathie du délibérateur est quasi-exclusive envers le sujet. En ce sens, la sympathie totale du délibérateur englobe la sympathie quasi-exclusive, celle-là est dirigée envers un sujet et systématiquement envers le délibérateur même. Sur cette base, il semble possible de formuler des préférences inter-personnelles semi-égocentriques à partir de la sympathie.

Définition 19. ***Préférence élargie inter-personnelle semi-égocentrique :*** *le délibérateur d préfère (x, i) à (y, d) si et seulement si d préfère que l'individu i soit dans l'état x plutôt que lui-même soit dans l'état y en étant complètement informé, rationnel et quasi-exclusivement sympathique envers i.* [32]

Adler [2012, 2014] suggère un degré différent de neutralité des préférences élargies que ce qu'implique le principe d'acceptance. De plus, il dénoue le lien entre les préférences élargies et les préférences ordinaires. Deux difficultés semblent surgir en faisant cela : si le degré de neutralité est différent de celui prôné par l'acceptance, respecte-t-on la liberté des individus à poursuivre leur propre conception du bien-être ? L'approche est-elle libérale ? De plus, en déconnectant les préférences élargies et ordinaires, celles-là insufflent-elles un degré de motivation satisfaisant sur les choix entre états ? De façon remarquable, l'auteur a trouvé le moyen de répondre par l'affirmative à toutes ces questions en posant le principe faible de souveraineté individuelle. [33]

32. Il se pourrait bien que ce type de préférence soit confronté à la même difficulté méta-physique que les préférences inter-personnelles en général. Le délibérateur est ici confronté à des différences de proriétés essentielles incluses dans les deux situations ; et pas simplement des différences entre délibérateur et sujet. Tout-de-même, l'initiative a le mérite de rendre la préférence élargie plus facile à comprendre.

33. Hédoin [2016a] considère qu'une définition du bien-être à partir des préférences élargies dans des conditions idéalisées ne peut pas s'émanciper du paternalisme, et donc être de nature libérale. Il conteste les arguments de Railton [1986b] qui sont à l'origine de ceux d'Adler [2014].

Définition 20. ***Principe faible de souveraineté individuelle :*** *un délibérateur préfère (x, i) à (y, i) si et seulement si l'individu i préfère x à y en étant complètement informé, rationnel et exclusivement sympathique envers lui-même.*

Indéniablement, l'individu i poursuit sa propre conception du bien-être. En étant sympathique envers lui-même, il écarte toutes sortes de désirs déconnectés de son bien-être. En étant complètement informé (particulièrement informé sur son passé), il n'est pas sujet à des préférences endoctrinées ou adaptatives. De plus, il est équivalent de dire que (a) l'individu i a une préférence *sur des états* x et y sous contrainte d'être sympathique envers lui-même ; et (b) le délibérateur i préfère la situation (x, i) à la situation (y, i). Cette équivalence nous permet d'énoncer un lien fort entre des préférences sur les situations et des préférences sur les états, ce qui garantit que les préférences élargies intra-personnelles sont des motifs satisfaisants pour faire des choix entre états.

Les jugements de valeur sur le bien-être forment un composant de la sympathie, condition nécessaire et suffisante pour formuler une préférence élargie. La sympathie se divise en deux composants : l'*affectif* et la *valeur*. L'affectif est l'attention portée avec prédominance envers un sujet. Ce composant n'est adapté que lorsqu'on formule une préférence intra-personnelle. La valeur comprend les jugements sur le bien-être du sujet qui motivent le sympathisant à déterminer sa préférence. Ce composant s'adapte aux préférences intra- et inter-personnelles. Quand un délibérateur formule une préférence intra-personnelle, ses jugements de valeur sur le bien-être sont *implicites* ; alors qu'en formulant une préférence inter-personnelle, il exprime des *jugements de valeur explicites.*

Définition 21. ***Jugement de valeur explicite :*** *une assertion expressément formulée par un jugement de valeur.*

Une préférence élargie est un jugement de valeur explicite lorsqu'elle se formule expressément par un jugement entre deux situations. Ainsi, l'expression d'une préférence inter-personnelle est un jugement de valeur explicite.

Définition 22. ***Jugement de valeur implicite :*** *une assertion inférée d'un jugement de valeur (qui est expressément formulé ou pas).*

Une préférence élargie inter-personnelle est un jugement de valeur implicite lorsqu'elle est inférée d'une autre préférence qui est exprimée. Par exemple, posons qu'un délibérateur d formule : $(x, i)\ R^d\ (y, j)$ et $(y, j)\ R^d\ (z, k)$, alors par transitivité, nous avons : $(x, i)\ R^d\ (z, k)$. La préférence élargie $(x, i)\ R^d\ (z, k)$ est inférée des deux premières qui sont énoncées. Les deux premières sont des jugements de valeur explicites, celles-ci nous mènent à un jugement de valeur implicite : $(x, i)\ R^d\ (z, k)$. Les préférences élargies intra-personnelles sont aussi des jugements de valeur implicites qu'elles soient inférées ou exprimées. En effet, elles sont formées par sympathie, un sentiment qui repose sur les jugements de valeur sur la notion de bien-être du délibérateur.

La sympathie se définit à partir de jugements sur le bien-être. La composante valeur de ce sentiment forme les préférences élargies qui, elles-mêmes, définissent les comparaisons de bien-être. Cependant, selon Adler [2014], cette circularité n'est pas vicieuse car il ne s'agit pas d'une analyse dépourvue de progression. Pour justifier que l'analyse du bien-être n'est pas vicieuse, il faut montrer que le bien-être analysé est une notion et les jugements sur le bien-être en forment une autre. Adler rappelle que cette circularité doit être comprise comme un procédé pour analyser le bien-être. Par exemple, pour établir que (x, i) est mieux que (y, j), un moyen est de demander aux individus (en position de délibérateur) s'ils jugent que i en x est mieux que j en y. Si l'on considère ce procédé comme un progrès (ou comme étant « utile » selon Adler), alors la circularité n'est pas vicieuse.

Le procédé est une progression si le jugement des individus permet d'analyser une comparaison de bien-être telle qu'elle *est*. En ce sens, l'analyse du bien-être ne serait pas vicieuse car elle permettrait d'établir des jugements de fait. Les fondements de la démarche seraient alors cognitivistes et les jugements sur le bien-être des individus seraient des jugements de valeur secondaires. De plus, la démarche n'est pas vicieuse si elle permet d'analyser le bien-être comme il *devrait être*. On rejoindrait plutôt la vision non-cognitiviste des délibérations éthiques, et le message serait de s'appuyer sur les jugements de valeur individuels afin de déterminer un jugement de valeur commun.

3.3.2 La justification des comparaisons inter-personnelles des niveaux, des différences et des ratios d'utilité

Formellement, la comparabilité totale des niveaux et des différences de bien-être est assurée car le délibérateur est supposé rationnel au sens vNM. Ainsi, les préférences élargies sont représentées par les fonctions d'utilité élargies de sorte qu'un délibérateur d exprime $(x, i)\ R^d\ (y, j)$ si et seulement si $u^d(x, i) \geqslant u^d(y, j)$ ou encore $u_i^d(x) \geqslant u_j^d(y)$. La fonction u^d est définie à une transformation affine strictement croissante près.

> « La structure basique [de l'analyse du bien-être] est celle-ci : commençons avec des circonstances impliquant un choix, avec un ensemble d'états $[E]$, un ensemble de [situations S], et une population de $[n]$ individus. [A partir de S], chaque [délibérateur d] dans la population de $[n]$ individus peut être associé à un ensemble $[\mathscr{U}^d]$: l'ensemble des fonctions d'utilité qui représentent [...] le classement de $[S]$ des préférences élargies pleinement informées, pleinement rationnelles et qui [expriment]

l'inexistence au point zéro. En rassemblant ces ensembles individuels entre tous les [délibérateurs], nous arrivons à l'ensemble $\mathscr{U}$. » (Adler [2012, p. 201]).

L'ensemble $\mathscr{U}^d$ est composé de fonctions u^d et v^d si et seulement si $u^d(x,i) = av^d(x,i) + b$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b \in \mathbb{R}$. Le classement de S fourni par toute fonction dans $\mathscr{U}^d$ est complet et identique.

Pour arriver à un tel classement, on considère que le délibérateur forme des *classements intra-personnels*, *i.e.* des classements de sous-ensembles de S dans lesquels les situations concernent un seul sujet. Le sous-ensemble des situations dans lesquelles i est le sujet est noté S^i. Le délibérateur établit des classements intra-personnels pour tous les individus de la population, y compris lui-même. En regroupant ces classements, on obtient le classement de $S^1 \cup \cdots \cup S^d \cup \cdots \cup S^i \cup \cdots \cup S^n = S$.

Cependant, pour formuler un classement unique de l'union des sous-ensembles de situations, il faut exprimer explicitement des préférences inter-personnelles. Adler propose un nombre suffisant de *points de contact* inter-personnels pour que d ait un profil d'utilité $U^d(.)$ défini à une transformation affine strictement croissante près.

Définition 23. ***Point de contact :*** *indifférence du délibérateur entre deux situations dans lesquelles les sujets sont deux personnes différentes.*

Le délibérateur d juge qu'il y a point de contact entre les situations (x,i) et (y,j) si et seulement si $u_i^d(x) = u_j^d(y)$. Considérons les individus i et $i+1$ comme « voisins » de sorte qu'un point de contact entre (x,i) et $(y,i+1)$ est un point de contact inter-voisins, avec $i = \{1,...,n-1\}$. Deux points de contact inter-voisins pour tout voisinage dans la population, sont suffisants pour réduire l'ensemble $\mathscr{U}^d$ à des fonctions définies à des transformations affines strictement croissantes près.[34] Autrement dit, les préférences élargies intra-personnelles et $2 \times (n-1)$ préférences inter-personnelles explicites (précisément des points de contact inter-voisins), sont suffisants pour classer S de manière univoque.

La quantification des préférences élargies inter-personnelles explicites est un aspect séduisant de l'approche d'Adler.[35] Cette quantification représente le « nombre » de jugements de valeur explicites compris dans l'analyse du bien-être. Cependant, avec la méthode énoncée jusqu'à

34. La proposition est vraie à condition de considérer une population d'au moins 3 individus.

35. Il aurait été encore plus séduisant de déterminer un ensemble défini de préférences inter-personnelles nécessaires et suffisantes pour classer S de manière unique. La méthode par points de contact revient à poser des équations comme conditions pour déterminer que les coefficients a_i et les origines b_i, qui caractérisent la définition de chaque élément des profils de préférence dans $\mathscr{U}^d$, soient égaux pour tout $i \in \{1,...,n\}$. Les équations préalables (points de contact) n'offrent cependant qu'une condition suffisante à l'uniformité des a_i et b_i. On peut légitimement se demander si cette méthode ne réduit pas plus que nécessairement l'ensemble $\mathscr{U}^d$. Certaines transformations affines strictement croissantes d'un profil d'utilité dans $\mathscr{U}^d$ ne respecteraient pas tous les points de contact et donc ne seraient pas incluses dans $\mathscr{U}^d$ bien qu'elles établissent le même classement de S.

présent, les ratios d'utilité ne sont comparables ni intra- ni inter-personnellement. Pour pouvoir disposer de cette information supplémentaire, le nombre de jugements de valeur explicites suffisants est bien plus important.

Pour mesurer (et donc comparer) les ratios d'utilité, on spécifie $u_d^d(y^+)$ tel que :

$$\frac{u_k^d(x)}{u_j^d(z)} = \frac{u_k^d(x) - u_{i^*}^d(y^+)}{u_j^d(z) - u_{i^*}^d(y^+)}, \tag{4}$$

$$et \quad \frac{u_k^d(x) - u_{i^*}^d(y^+)}{u_j^d(z) - u_{i^*}^d(y^+)} = \frac{v_k^d(x) - v_{i^*}^d(y^+)}{v_j^d(z) - v_{i^*}^d(y^+)} = \frac{v_k^d(x)}{v_j^d(z)}. \tag{5}$$

Adler [2012, pp. 218-219] ajoute : « dire que le bien-être d'une [situation] (x, i) est cinq fois le bien-être d'une [situation] (y, j), c'est dire que la différence entre le bien-être de (x, i) et un point zéro, divisée par la différence entre le bien-être de (y, j) et un point zéro est cinq. »

Définition 24. ***Point zéro*** *[$u_d^d(y^+)$] : il s'agit d'un niveau d'utilité qui sert de référence afin de pouvoir mesurer les ratios d'utilité.*

Selon l'auteur, l'*inexistence* caractérise naturellement le point zéro.

Définition 25. ***Inexistence*** *: un point de rupture entre une situation qui vaut la peine d'être vécue et une situation qui n'en vaut pas la peine.*

« En d'autres termes, le [délibérateur], sous les conditions d'information complète, de pleine rationalité et [sympathie exclusive envers lui-même], est indifférent entre un état y^+ (un état dans lequel il existe) et un monde possible dans lequel il n'a jamais existé. »(Adler [2012, p. 219]). Le point zéro se formule donc comme l'utilité : $u_d^d(y^+) = 0$. [36] Pour Adler, une préférence entre une situation dans laquelle le sujet existe et une situation dans laquelle le sujet n'existe pas, est une préférence intra-personnelle. Dans ce cas de figure, le délibérateur considère qu'il est le sujet dans les deux situations, bien que dans la seconde, il n'existe pas. La sympathie égocentrique explique donc la préférence et balaye l'objection d'éloignement. Cependant, cette définition ne donne pas de sens à la comparaison de bien-être ; peut-on dire que l'inexistence est mieux (ou pire) que l'existence ? [37]

36. Choisir la valeur zéro pour point zéro simplifie la forme de certaines FBES qui sont pertinentes avec l'information des ratios d'utilité. Pour plus de détails, *cf.* Adler [2012, p. 381].

37. Dans un premier temps, peut-être est-il plus défendable d'*affaiblir* la relation entre préférence élargie et bien-être. Si le délibérateur *préfère* une situation dans laquelle il existe, plutôt qu'une situation dans laquelle il n'existe pas, alors il est clair que l'inexistence *n'est pas mieux que* l'existence. Si le délibérateur *préfère* une situation dans laquelle il n'existe pas, plutôt qu'une situation dans laquelle il existe, alors il est clair que l'inexistence *n'est pas pire que* l'existence. En regroupant les deux comparaisons faibles de bien-être, et en complétant ces formulations, on a : l'inexistence n'est pas mieux que l'existence quand le sujet a un niveau u^+ de bien-être ; et l'inexistence n'est pas pire que l'existence quand le sujet a un niveau u^- de bien-être. Pour un ensemble $[u^-; u^+]$ de niveaux de bien-être, l'inexistence n'est ni mieux ni pire que l'existence. Par abus, si $u^- = u^+$, alors on pourrait dire que la limite du bien-être du délibérateur est égale à u^- quand sa situation tend vers l'inexistence.

Il y aurait encore plus de difficultés à justifier la comparaison entre deux situations dans lesquelles les sujets n'existent pas. Cela semble juste inconcevable. Puisque Adler attribue la valeur numérique 0 au niveau d'utilité de l'inexistence ; faudrait-il comprendre que deux situations dans lesquelles les sujets n'existent pas, génèrent un même niveau d'utilité 0 ? En fait, on exclut les comparaisons entre deux situations pour lesquelles les sujets n'existent pas. Il est nécessaire que le sujet d'au moins une des deux situations soit existant afin de formuler une préférence. Le point zéro n'a pas les mêmes propriétés que le nombre 0. Techniquement, le point zéro fait figure de point de contact entre le délibérateur d et l'inexistence. d ne compare qu'une des situations dans lesquelles il est le sujet à l'inexistence, à savoir : (y^+, d).

Selon Alder, un seul point zéro est suffisant pour mesurer les ratios d'utilité ; je pense qu'un seul point zéro est nécessaire et suffisant pour proposer un classement complet en mesurant les ratios d'utilité.[38] Les fonctions d'utilité qui n'assignent pas le nombre 0 à la situation (y^+, d)

38. Considérons 3 états $x, y, z \in E$, 3 individus i, j, k. Soit k le délibérateur qui construit son classement des situations. $u_k^k(y^+) = 0$ représente le point zéro déterminé par k. Posons le ratio d'utilité inter-personnel suivant :

$$\frac{u_i^k(x)}{u_j^k(y)} = \frac{u_i^k(x) - u_k^k(y^+)}{u_j^k(y) - u_k^k(y^+)}. \tag{6}$$

Afin de mesurer le ratio de bien-être inter-personnel dont les sujets ne sont pas le délibérateur, il est nécessaire d'exprimer deux comparaisons inter-personnelles d'utilité : (1) $u_i^k(x) - u_k^k(y^+)$; et (2) $u_j^k(y) - u_k^k(y^+)$. De plus, considérons le ratio d'utilité intra-personnel suivant :

$$\frac{u_i^k(x)}{u_i^k(y)} = \frac{u_i^k(x) - u_k^k(y^+)}{u_i^k(y) - u_k^k(y^+)}. \tag{7}$$

La mesure d'un tel ratio implique aussi d'exprimer deux comparaisons inter-personnelles d'utilité : (1′) $u_i^k(x) - u_k^k(y^+)$; et (2′) $u_i^k(y) - u_k^k(y^+)$. Les comparaisons (1′) et (2′) s'expliquent par deux jugements du délibérateur. Le délibérateur k doit donc émettre deux jugements de valeur explicites pour pouvoir mesurer un ratio d'utilité intra-personnel. En fait, en postulant un point zéro $(y^+; k)$, seuls les ratios intra-personnels sur des situations dans lesquelles le délibérateur est le sujet, peuvent être expliqués par la sympathie, donc des jugements de valeur implicites.

Pourquoi Adler choisit-il de poser un unique point zéro qui implique de définir la majorité des ratios de bien-être sur des jugements de valeur ? Si l'on souhaite minimiser le nombre de *jugements de valeur*, il semble indiqué de poser un point zéro pour chaque individu. Nous aurions par exemple : le délibérateur k, sous des conditions d'information complète, de rationalité et de sympathie exclusive pour i, est indifférent entre un état y^{++} (dans lequel i existe) et un monde possible dans lequel i n'a jamais existé. Par conséquent,

$$\frac{u_i^k(x)}{u_i^k(y)} = \frac{u_i^k(x) - u_i^k(y^{++})}{u_i^k(y) - u_i^k(y^{++})}. \tag{8}$$

Ce ratio d'utilité intra-personnel peut être expliqué sans poser de jugement de valeur explicite. On pourrait généraliser la méthode pour tout i dans la population considérée. Cependant, une limite apparait : en toute logique, si k a construit $\mathscr{U}^k$ de sorte qu'il établisse un classement complet des situations, alors on doit pouvoir comparer (y^+, k) et (y^{++}, i). Il n'est pourtant pas possible de comparer deux situations qui représentent des points zéro ; nous avons donc :

$$\frac{u_i^k(x)}{u_i^k(y)} = \frac{u_i^k(x) - u_i^k(y^{++})}{u_i^k(y) - u_i^k(y^{++})} \neq \frac{u_i^k(x) - u_k^k(y^+)}{u_i^k(y) - u_k^k(y^+)}. \tag{9}$$

Il y a une incohérence entre les équations (7) et (8) ; de plus les classements des situations, des différences de situations etc., ne sont pas complets. Adler prend donc une position non explicite : il favorise la complétude des classements plutôt que de minimiser le nombre de jugements de valeur explicites pour les construire.

sont exclues de $\mathscr{U}^d$.[39] Par conséquent, l'ensemble $\mathscr{U}^d$ est composé de profils d'utilité définis à une transformation en ratio strictement croissante près (on peut dire aussi que $\mathscr{U}^d$ est défini à une transformation en ratio strictement croissante près). Deux profils $U^d(.)$ et $V^d(.)$ sont inclus dans $\mathscr{U}^d$ si et seulement si $V^d(.) = rU^d(.)$ avec $r \in \mathbb{R}_{++}$. Cela revient à postuler le cadre informationnel de mesurabilité des ratios d'utilité - comparabilité totale.

« Tout comme chaque [$\mathscr{U}^d$] est une construction théorique - représentant comment un individu, sous des conditions idéales, classerait [des situations] - alors $\mathscr{U}$ est une construction théorique aussi. »[40] $\mathscr{U}$ est une construction théorique représentant comment tous les individus, sous des conditions idéales, classeraient l'ensemble des situations, dans la mesure où $\mathscr{U}$ est l'union des $\mathscr{U}^d$ pour tout $d = \{1, \ldots, n\}$. La position d'Adler est différente de celle d'Harsanyi car il ne propose pas de raisons pour que les délibérateurs aient les mêmes préférences.

3.3.3 Méthodes d'agrégation des préférences élargies

Selon Adler, l'ensemble $\mathscr{U}$ des fonctions d'utilité élargies établit un seul et même *classement final* de S. Un classement de S est final si et seulement si tous les délibérateurs de la population proposent le même classement. Posons R la relation de préférence convergente qui classe finalement l'ensemble S.[41] Par exemple, $(x, i)\ R\ (y, j)$ si et seulement si $(x, i)\ R^d\ (y, j)$ pour tout d dans $\mathscr{P}$. Comme le font remarquer Greaves et Lederman [2015], cette méthode d'agrégation des préférences élargies mène à trop d'impossibilités de comparaisons. En effet, Adler ne postule pas le principe de similitude, il suffit donc que $(x, i)\ R^d\ (y, j)$ et $(y, j)\ R^k\ (x, i)$ pour au moins un d et un k dans $\mathscr{P}$, et on ne peut pas établir de classement final entre les deux situations.

Je propose une autre méthode. Premièrement, en vertu du principe faible de souveraineté individuelle, le classement de S^i par $\mathscr{U}^d$ pour tout d dans $\mathscr{P}$ est induit par le classement établi par $\mathscr{U}^i$. En étendant ce principe au cadre inter-personnel, on peut construire un classement final de S.

Définition 26. ***Principe de souveraineté inter-personnelle :*** *$\forall i, j \in \mathscr{P}$ et $\forall x, y \in E$;*

$$(x, i)\ R\ (y, j) \iff \left[(x, i)\ R^i\ (y, j)\ et\ (x, i)\ R^j\ (y, j)\right].$$

39. Il se peut qu'il n'y ait pas de situation (y^+, d) dans l'ensemble S. Dans ce cas, il faudrait s'intéresser aux préférences sur des loteries non-dégénérées qui attribuent (de manière exogène et épistémique) une probabilité non-nulle à l'inexistence. De cette manière, on peut déterminer la valeur que les fonctions d'utilité assignent implicitement à l'inexistence. Pour les détails de la méthode, *cf.* Adler [2012, p. 303].

40. Adler [2012, p. 221].

41. R est représenté par toute fonction appartenant à l'ensemble $\mathscr{U}$.

Si les préférences semi-égocentriques sont convergentes, alors elles établissent le classement final entre deux situations. Bien évidemment, cet axiome est en désaccord avec la méthode d'Adler mais il permet de construire un classement final complet des situations dans S si on a des *points d'accord entre voisins.*

Définition 27. ***Point d'accord entre voisins :*** *$\forall i \in \{1, \ldots, n-1\}$ et $\forall x, y \in E$;*

$$(x, i)\ I\ (y, i+1) \iff \left[(x, i)\ I^i\ (y, i+1)\ \textit{et}\ (x, i)\ I^{i+1}\ (y, i+1)\right].$$

Tout comme pour la méthode d'Adler des points de contact, deux points d'accord entre chaque voisinage de la population suffisent pour construire un classement final complet de S.[42]

Cette méthode renforce le non-paternalisme de la notion de bien-être mais elle est plus rigide au plan méta-éthique que celle proposée par Adler. Il semble que ce soit le prix à payer pour s'éloigner des problèmes d'indétermination dans le classement final de S. En effet, la convergence de *tous* les délibérateurs vers une préférence élargie permet de considérer la comparaison de bien-être comme un jugement de fait si l'on adopte un point de vue cognitiviste à la Railton. Cependant, le classement final entre deux situations tel que proposé ici peut être considéré comme un jugement de fait si l'on défend que l'ensemble de convergence peut se réduire aux seuls individus directement concernés par les situations. Ce n'est pas le point de vue de l'auteur cité.

4 Définition du prioritarisme et caractérisations de fonctions de bien-être social

A partir de la construction du bien-être individuel par la détermination de classements finaux des niveaux, des différences et des ratios d'utilité, Adler propose une vision du bien-être social. Le bien-être social se définit par un courant éthique, et se mesure par une fonction de bien-être social. Un courant éthique, selon l'auteur, respecte les propriétés qui définissent l'équité.

4.1 Le prioritarisme : un courant éthique

L'*équité* (*fairness*), selon Adler, connecte trois concepts dont le plus important est la *séparation des personnes* (une idée de Rawls [1971], reprise par Nagel [1995]).

42. La méthode par points de contact est exposée brièvement dans une note de bas de page précédente. Pour plus de détails, *cf.* Adler [2012, pp. 211-212].

Définition 1. ***Séparation des personnes*** *: « Un classement reflète la séparation des personnes s'il traite chaque individu comme un locus distinct de revendications éthiques ou d'intérêts pertinents moralement. » (Adler [2012, p. 321]).*

La condition suffisante au respect de la séparation des personnes contient une caractéristique claire : on considère les positions éthiques des individus un à un, de manière distincte. Mais comment doit-on comprendre un « locus distinct de revendications éthiques » ? Est-ce qu'un individu est, en soi, un « lieu » distinct où se forment ses *revendications* éthiques ? [43] Ou est-ce qu'il s'agit simplement de prendre en compte les *revendications* individuelles une à une sans se préoccuper de leur formation ? Nagel [1999] apporte une réponse en spécifiant ce que l'on entend par *revendication éthique* (nous étudierons cette définition par la suite).

Outre la séparation des personnes, l'équité comprend deux autres concepts : (i) les délibérations éthiques sont justifiables auprès de chaque personne (une idée défendue par Nagel [1979] et Scanlon [1998]) ; [44] dans un cadre welfariste, on comprend cette idée comme le critère de Pareto fort ; (ii) les délibérations éthiques fournissent des raisons pour chaque personne (Scanlon [1998]). Les individus acceptent les délibérations éthiques à un point tel qu'ils agissent éthiquement selon les principes sous-jacents aux délibérations.

Ces propriétés (i) et (ii) impliqueraient une « conformité » éthique, mais en aucun cas une uniformité des comportements ordinaires. [45] En proposant une vision conséquentialiste de l'équité, on formerait un classement équitable d'états sociaux qui respecte la séparation des personnes et le principe d'unanimité des individus qui relève de la propriété (i). Adler [2012, p. 319] va plus loin et déclare qu' « il n'y a aucune incohérence entre l'équité et le welfarisme. »

Pour Nagel, une *revendication* s'entend comme une revendication en faveur d'une amélioration de bien-être. Adler [2012, p. 331] spécifie quant à lui une revendication comme « une relation entre un individu donné et une paire [d'états]. » Selon Nagel, chaque individu exprime une revendication, tandis que selon Adler, un individu exprime une revendication parce qu'il compare sa situation dans un état donné à sa situation (éventuelle) dans un autre état. Les revendications des individus peuvent être de quatre sortes qu'il appelle « valences » : [46] (a) un individu a une revendication en faveur de l'état x plutôt que y s'il est mieux loti dans x que

43. Le mot « locus » est latin et signifie lieu.

44. En ce sens, l'équité semble compatible avec l'idée rawlsienne du « contractualisme » dans laquelle les principes de justice s'organisent dans un contrat social qui fait l'unanimité.

45. Selon Adler, les propriétés (i) et (ii) de l'équité impliquent qu'un individu ne peut pas être inéquitable envers un animal, *i.e.* un être qui peut ressentir du mal-être ou du bien-être mais qui n'est pas un être humain. On ne peut pas justifier une délibération éthique à un animal, et on ne peut pas s'attendre à ce qu'il ait une raison d'appliquer ce principe. Par conséquent, Adler considère l'éthique comme une notion « centrée sur la personne. » L'absence de caractère équitable impliquerait l'absence de caractère éthique. Logiquement, cela revient à dire que l'équitable implique l'éthique.

46. En psychologie, la valence est la puissance d'attraction (valence positive) ou de répulsion (valence négative) d'un objet ou d'une activité. Cependant, Adler utilise ce terme de sorte qu'il soit question de positivité, négativité ou neutralité des valences, mais ce terme ne renvoie pas à une mesure des forces d'attraction ou de répulsion.

dans y ; (b) un individu n'a pas de revendication en comparant x et y, s'il est aussi bien loti dans x et dans y ; (c) un individu a une revendication à l'encontre de l'état x pour l'état y, s'il est moins bien loti dans x que dans y ; (d) un individu a une revendication indéfinissable en faveur de x plutôt que y, s'il est mieux loti de manière indéfinissable dans x que dans y. La comparaison intra-personnelle de bien-être est la condition suffisante pour déterminer la valence d'une revendication de type Nagel/Adler. [47] Si l'on base les principes de Pareto sur les revendications, nous avons :

Définition 2. ***Pareto fort version Nagel/Adler :*** *Un état x est aussi équitable qu'un état y, si tous les individus n'ont pas de revendication entre x et y. Un état x est plus équitable que y, si au moins un individu a une revendication en faveur de x plutôt que y et les autres n'ont pas de revendications entre ces deux états.*

D'un point de vue welfariste, le point (ii) de l'équité n'est caractérisé par le critère de Pareto fort version Nagel/Adler que si l'on respecte le *critère de Pareto fort* classique.

Définition 3. ***Pareto fort (SP) :*** *Un état x est aussi bien qu'un état y, si tous les individus sont aussi bien lotis dans x et dans y. Un état x est mieux que y, si au moins un individu est mieux loti dans x que dans y et les autres sont au moins aussi bien lotis dans x que dans y.*

En termes de séparation des personnes, l'approche de Nagel/Adler défend l'idée que la revendication individuelle se forme en ne considérant qu'un individu comme locus distinct. La comparaison intra-personnelle de bien-être est suffisante pour former la valence de la revendication de type Nagel/Adler. [48]

En résumé :

(1) Tous les délibérateurs préfèrent x à y sous condition d'information complète, de rationalité et de sympathie exclusive pour l'individu i si et seulement si i est mieux loti dans x que dans y.

(2) Si l'individu i est mieux loti dans x que dans y, alors il a une revendication (de type Nagel/Adler) en faveur de x plutôt que y.

(3) Si l'individu i a une revendication (de type Nagel/Adler) en faveur de x plutôt que y et que les autres individus ont une revendication de même valence ou n'ont pas de revendication entre x et y, alors l'état x est éthiquement mieux que y.

47. Une fois que nous aurons présenté formellement les revendications de Nagel/Adler, on comprendra pourquoi les comparaisons intra-personnelles de bien-être ne sont pas des conditions nécessaires et suffisantes pour déterminer leurs valences.

48. Adler [2012, p. 333] fait remarquer que les revendications de type Nagel/Adler sont « entièrement agnostiques à propos de ce qui détermine le niveau de bien-être individuel d'un [état] donné. » Un individu peut ainsi former son niveau de bien-être en se comparant aux autres, il n'empêche que si son niveau de bien-être est supérieur dans x à celui qu'il a dans y, alors il a une revendication en faveur de l'état x (plutôt que y).

On pourrait ajouter une formulation à ce récapitulatif de sorte que : (1*bis*) tous les observateurs préfèrent x à y sous des conditions d'information complète, de rationalité et sympathie exclusive pour i si et seulement si $u_i(x) > u_i(y), u_i \in \mathscr{U}$ avec $\mathscr{U}$ défini à une transformation affine strictement croissante près ; on utilise l'ensemble $\mathscr{U}$ des profils d'utilité afin de déterminer les valences des revendications [49] ; indirectement, l'ensemble $\mathscr{U}$ comporte les « inputs » du critère éthique qui évalue les états sociaux.

Les critères éthiques présentés jusqu'alors sont issus des critères de Pareto, ils délivrent une délibération s'il y a unanimité faible des valences de revendications individuelles. Mais s'il n'y a pas unanimité parmi les revendications d'un état x à y, alors ces critères restent muets. Il n'y a pas unanimité des revendications entre x et y, lorsqu'au moins un individu a une revendication en faveur de x plutôt que y et au moins un individu a une revendication en faveur de y plutôt que x. Dans ces cas, la simple information donnée par les valences ne suffit pas pour comparer les deux états. Il faut mesurer et comparer la *force* des revendications et utiliser un critère d'évaluation qui prend en compte ces informations afin d'établir un classement moins incomplet des états sociaux.

On utilise un *principe de transfert* pour classer des états jugés incomparables selon les critères de Pareto.

Définition 4. ***Le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton (PD)*** *: Considérons deux états x et y dans E, et deux individus $i, j \in \mathscr{P}$, tels que (i) $u_i(y) - u_i(x) = u_j(x) - u_j(y) \geqslant 0$ et $u_j(y) \geqslant u_i(x)$ [50], et sachant que tous les autres individus m, $m \in \mathscr{P} \setminus \{i, j\}$ sont tels que $u_m(x) = u_m(y)$ [51], alors (ii) $y \; R \; x$.*

Ce principe est reconnu pour représenter l'aversion aux inégalités, Adler en fait un étendard égalitariste. [52] Grossièrement, ce principe nous dit que si l'on transfère un montant positif de bien-être d'un individu à un individu plus mal loti, alors l'état dans lequel on a opéré le transfert est au moins aussi bien éthiquement que l'état d'origine. Dans la définition, il faut remarquer que les niveaux de bien-être total sont les mêmes dans les états x et y. En passant de x à y, le montant de gain de bien-être de l'individu i est égal au montant de perte de bien-être de j. Enfin, l'individu j est au moins aussi bien loti dans l'état y que l'individu i dans l'état x. Le

49. Désormais les revendications de type Nagel/Adler seront simplement appelées revendications.

50. A la différence d'Adler [2012], nous présentons une version symétrique du principe dans la mesure où un transfert peut être considéré comme un moyen de permuter simplement les niveaux d'utilité de i et j (Thon et Wallace [2004]).

51. Les fonctions d'utilité u_i, u_j, u_m sont des éléments du profil $U \in \mathscr{U}$ unique à une transformation affine strictement croissante près.

52. Un débat non-négligeable existe entre des auteurs qui se revendiquent égalitaristes et d'autres qui, selon eux, seraient prioritaristes. Pour plus d'informations sur les discussions philosophiques, *cf.* Tungodden [2003]. Pour une discussion plus économique, *cf.* Fleurbaey [2002].

comparabilité totale des niveaux et des différences d'utilité est nécessaire ici pour présenter le principe de transfert.

Si l'on renforce la condition (i) du principe de transfert en posant $u_i(y) - u_i(x) = u_j(x) - u_j(y) > 0$, alors l'individu i a une revendication en faveur de l'état y plutôt que x et j a une revendication en faveur de x plutôt que y. La condition (i) implique aussi que les individus qui ne sont pas directement concernés par le transfert, n'ont pas de revendication quand ils comparent les états x et y. Adler [2012, p. 339] reformule le principe de transfert en se basant sur les revendications : « [y] doit être classé comme meilleur [éthiquement] que [x] si et seulement si la revendication de i pour [y] est plus forte que la revendication de j pour [x]. » Pour que la condition « la revendication de i pour [y] est plus forte que la revendication de j pour [x] » s'accorde avec la condition (i) renforcée, il faut introduire la notion de *valeur éthique* de situation.

Définition 5. ***Revendication de type Adler/Nagel :*** *La différence entre deux valeurs éthiques concernant un même individu, soit $m(y,i) - m(x,i)$ est une revendication* en faveur *de y* plutôt que *x. Inversement, $m(x,i) - m(y,i)$ est une revendication* en faveur *de x* plutôt que *y.*

Si une revendication est la différence entre les niveaux de bien-être d'un individu dans deux états, alors $m(y,i) = u(y,i)$ $\forall y \in E$ et $\forall i \in N$. Dans ce cas, d'après l'énoncé du principe de transfert, y devrait être classé comme éthiquement égal à x, puisque la différence entre les niveaux de bien-être des 2 individus entre x et y est de même grandeur. Cette délibération ne contredit pas la formulation d'Adler mais elle n'est pas en adéquation avec celle du principe de transfert.

Par ailleurs, on peut envisager que la *valeur éthique* d'une situation est différente du niveau de bien-être que procure cette situation. Dans ce cas, la valeur éthique est une « transformation » du niveau de bien-être ; par exemple, $g(u(x,i))$ est la valeur éthique de la situation (x,i), c'est-à-dire le niveau d'utilité transformé de l'individu i dans l'état x : $g(u_i(x))$. Afin de respecter le lien exposé entre Pareto fort et Pareto version Nagel/Adler, g est supposée strictement croissante. A partir de la reformulation du principe de transfert par Adler, nous avons donc : y doit être classé comme éthiquement meilleur que x si et seulement si $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > g(u_j(x)) - g(u_j(y))$. De plus, dans la définition du principe de transfert, nous avons : $u_i(y) - u_i(x) = u_j(x) - u_j(y) \geqslant 0$ et $u_j(y) \geqslant u_i(x)$, ce qui implique : $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > g(u_j(x)) - g(u_j(y))$ si et seulement si

$g(.)$ est strictement concave. [53] La délibération éthique du principe de transfert implique une fonction de transformation concave et la réciproque est vraie. Dans ce cas, Parfit [2000] dit que le « bien-être a une importance [éthique] marginale décroissante. »

Précisément, si un individu i a une revendication en faveur de y plutôt que x, alors $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0$. Il est nécessaire de postuler que u_i est définie à une transformation strictement croissante près pour établir cette implication. [54] On peut reformuler l'implication de sorte que : un individu i a une revendication en faveur de l'état y plutôt que x, selon la fonction u_i, élément du profil $U \in \mathscr{U}$, si et seulement si $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0$. Clairement : l'individu i a une revendication en faveur de y plutôt que x *si et seulement si* $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) \geqslant 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$ et $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0$ pour au moins un profil $U \in \mathscr{U}$. Puisqu'une comparaison intra-personnelle de bien-être est suffisante pour déterminer la valence d'une revendication, si $u_i(y) - u_i(x) > 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$, alors $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) \geqslant 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$ et $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0$ pour au moins un profil $U \in \mathscr{U}$. [55] La réciproque est fausse car si $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) \geqslant 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$ et $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0$ pour un profil dans $\mathscr{U}$, alors $u_i(y) - u_i(x) \geqslant 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$ et $u_i(y) - u_i(x) > 0$ pour un profil dans $\mathscr{U}$. Il faut que le cadre informationnel postule que si $u_i(y) - u_i(x) > 0$ pour un profil dans $\mathscr{U}$, alors $u_i(y) - u_i(x) > 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$ afin que les comparaisons intra-personnelles de bien-être et les valences de revendications soient bien équivalentes.

4.1.1 Le prioritarisme

Les critères de Pareto et le principe de transfert déterminent la forme fonctionnelle de la fonction $g(.)$. [56] Toutefois, ils ne permettent pas de définir sur quelle caractéristique se base la pondération des niveaux d'utilité pour former une revendication. Selon Adler, la propriété de *séparabilité* remplit ce rôle de manière cohérente avec la définition proposée de l'équité.

Définition 6. ***Séparabilité forte (SEP) :*** *seules les caractéristiques des individus ayant une revendication en faveur d'un état plutôt qu'un autre, doivent déterminer directement et indirectement la force des revendications.*

53. Démonstration : puisque la délibération éthique « y doit être classé comme éthiquement meilleur que x » est plus forte que la délibération éthique du principe de transfert, alors il faut renforcer la condition $u_j(y) \geqslant u_i(x)$ par [2] : $u_j(y) > u_i(x)$. De plus, puisque les revendications ont des valences positives, il faut remplacer $u_i(y) - u_i(x) = u_j(x) - u_j(y) \geqslant 0$ par [1] : $u_i(y) - u_i(x) = u_j(x) - u_j(y) > 0$. Sur cette base, posons $u_i(y) = u_i(x) + \alpha$ et $u_j(x) = u_j(y) + \alpha$ avec $\alpha > 0$. D'après [1], $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > g(u_j(x)) - g(u_j(y)) \iff \frac{g(u_i(y)) - g(u_i(y) - \alpha)}{\alpha} > \frac{g(u_j(x)) - g(u_j(x) - \alpha)}{\alpha}$. Avec $\alpha \to 0$, on a : $g'(u_i(x)) > g'(u_j(y))$. Avec [2], on a : $g'(u_i(x)) > g'(u_j(y)) \iff g''(u) < 0$.

54. La définition de la fonction d'utilité à une transformation strictement croissante près est suffisante pour comparer les niveaux d'utilité transformée. *Cf. infra* (p. 78).

55. En postulant que g est une fonction strictement croissante, si $u_i(y) - u_i(x) > 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$, alors $g(u_i(y)) - g(u_i(x)) > 0 \ \forall U \in \mathscr{U}$.

56. Il est facile de démontrer qu'un critère de classement éthique respecte le critère de Pareto fort si et seulement si $g(.)$ est strictement croissante.

« Le poids de la revendication de i en faveur de x [plutôt que] y n'est pas une fonction de la distribution de bien-être dans x et y.[...] Plutôt, le poids est entièrement déterminé par le niveau de bien-être de i dans x et dans y. »(Adler [2012, p. 365]). La séparation des personnes et la séparabilité forte n'ont pas les mêmes implications ; celle-là détermine quelle est la structure de la revendication. Elle fait le lien entre bien-être et revendication. L'équité, telle que présentée par Nagel/Adler, implique que les individus sans revendication n'ont pas de rôle direct dans la formation d'une délibération éthique (*i.e.* critère de Pareto fort). Cependant, si l'on ne propose que cette définition de l'équité, alors les individus sans revendication peuvent avoir un rôle indirect dans le classement éthique des états. Par exemple, ceux-ci peuvent avoir un impact si la force de la revendication se détermine par les rangs des individus dans les distributions d'utilité. La séparabilité forte éradique cette possibilité. [57]

« [L'état] x est au moins aussi bien [éthiquement] que y selon $U(.)$, si la somme des mesures de revendication selon $U(.)$, est positive ; [...] Un état est au moins aussi bien [éthiquement] qu'un second si et seulement s'il est au moins aussi bien pour tous $U(.) \in \mathscr{U}$. »(Adler [2012, p. 358, note de bas de page 85]). Selon Hédoin [2016b], la séparation des personnes implique une version plus faible de la séparabilité que celle présentée dans ce chapitre. Cette version affaiblie n'exclurait pas que les revendications soient définies sur des comparaisons inter-personnelles (*e.g.* comparaison du rang d'un individu par rapport à celui des autres). Adler [2012] considère que les considérations inter-personnelles peuvent former le bien-être individuel, mais une revendication doit être exclusivement définie sur une comparaison intra-personnelle.

Si les « mesures » de revendication respectent la séparabilité forte, alors la somme de ces mesures s'écrit formellement : $\sum_{i=1}^{n} [g(u_i(x)) - g(u_i(y))]$. Si la fonction $g(.)$ est strictement croissante, strictement concave, alors cette somme respecte les critères de Pareto et le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton. L'évaluation éthique d'un état x se fait au moyen de la FBES : [58]

$$W(U(x)) = \sum_{i=1}^{n} g(u_i(x)). \tag{10}$$

La fonction est dite *prioritariste*, si $g(.)$ est strictement croissante et strictement concave. Dans le cadre welfariste parétien, le courant prioritariste (*i.e.* le *prioritarisme*) se caractérise par le respect de la propriété de séparabilité forte et le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton. Pourtant, « [Une opinion [éthique] épanouie (full-blown) n'est pas simplement une fonction de bien-être social, ou quelque autre procédé pour classer des [états sociaux][...], mais une structure justificative, incluant davantage de concepts, propositions, arguments, etc.,

57. Les FBES issues de l'indice de Gini, ou plus généralement de type Yaari [1988] sont donc écartées par l'axiome de séparabilité forte.

58. Implicitement, on suppose que cette fonction est continue sur tout le domaine. Nous verrons que cette hypothèse n'est pas nécessaire afin de proposer une règle d'évaluation prioritariste.

qui prétend rationaliser la relation « au moins aussi bien [éthiquement] que » entre les [états sociaux]. »(Adler [2012, p. 364]).

Définition 7. ***Le prioritarisme*** *: Un courant éthique qui se caractérise par une conception de l'équité basée sur les revendications de type Nagel/Adler et respecte la séparabilité forte et le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton.*

Par conséquent, le prioritarisme se base sur la FBES prioritariste pour classer les états sociaux.

4.2 Caractérisations de fonctions de bien-être social

Le prioritarisme évalue un état social de manière à prioriser le ou les moins bien lotis qui ont une revendication. La caractéristique de ce courant provient de la séparation des personnes et de la séparabilité forte. Le premier principe distingue le prioritarisme d'autres courants égalitaristes et le second implique que l'axiomatique qui définit le courant doit avoir une classe de FBES additivement séparables pour solution. L'équation (10) présente la forme générale d'une fonction qui respecte les propriétés du prioritarisme.

Au même titre que ces propriétés, les principes qui définissent le bien-être font partie de l'axiomatique dont la solution est une classe de FBES. Des liens forts existent d'ailleurs entre la définition du courant éthique et celle du bien-être. Par exemple, le principe des transferts de bien-être de Pigou-Dalton n'a de sens que si l'on suppose la comparabilité inter-personnelle des niveaux et des différences d'utilité. Cette hypothèse doit donc faire partie de l'axiomatique. Selon le cadre informationnel que l'on défend, les solutions de l'axiomatique ne sont pas les mêmes. L'enjeu de cette sous-section est de montrer les solutions qui apparaissent quand on propose différents ensembles d'axiomes. Adler défend la comparabilité inter-personnelle des niveaux, des différences et des ratios. En posant les propriétés du prioritarisme et du bien-être tels que définis par l'auteur, la solution est la classe des *fonctions Atkinson.*

L'*anonymat* et la *continuité* sont souhaitables pour caractériser des FBES issues d'un courant éthique.

Définition 8. *Anonymat -* ***A*** *: Pour tout profil d'utilité* $U(.)$ *dans* $\mathbb{U}^n$*, et* x, y *des états sociaux dans* E*. Pour toute matrice de permutation* π *de taille* $n \times n$*,* $W(U(x)) = W(U(y))$ *si* $\pi U(x) = U(y)$*.* [59]

Selon l'anonymat, l'identité des individus n'a aucune influence dans le classement des niveaux d'utilité générés par des états sociaux.

59. La matrice de permutation π de taille $n \times n$ modifie l'ordre des éléments du vecteur de niveaux d'utilité U. L'égalité $\pi U(x) = U(y)$ implique que $U(y)$ soit un vecteur dont les éléments sont les mêmes que ceux de $U(x)$, mais dont l'ordre a changé.

Définition 9. *Continuité - **CONT** : W est continue si le pré-ordre R^W représentant la FBES est continu. Pour tout $x, y \in E$ et tout profil $U(x) \in \mathbb{R}^n$, R^W est un pré-ordre continu sur $\mathbb{R}^n$ si et seulement si $\{U(y) \in \mathbb{R}^n \mid U(y)\ R^W\ U(x)\}$ et $\{U(y) \in \mathbb{R}^n \mid U(x)\ R^W\ U(y)\}$ sont des ouverts de $\mathbb{R}^n$.*

Cette propriété est raisonnable si l'on accepte l'idée qu'un petit changement de niveau d'utilité d'un ou de quelques individus, ne peut pas impliquer de grandes conséquences dans le classement des états sociaux. Si l'on considère deux états sociaux qui génèrent presque les mêmes niveaux d'utilité pour chacun des individus dans la population, alors ces deux états sont presque équivalents d'un point de vue social. [60]

Théorème 4.1. [D'Aspremont et Gevers [1977]] *Posons $\mathscr{P}$ une population d'au moins 3 individus. Si une FBES welfariste satisfait **A**, **SP**, **SEP**, **PD**, et l'invariance informationnelle à partir de **CT**, alors elle est de type leximin.* [61]

A contrario, la FBES utilitariste ne respecte pas l'axiome **PD**, mais elle satisfait la propriété de continuité.

Théorème 4.2. [Blackorby, Bossert et Donaldson [2002]] *Posons $\mathscr{P}$ une population d'au moins 3 individus. Si une FBES welfariste satisfait **A**, **SP**, **SEP**, **CONT**, et l'invariance informationnelle à partir de **CT**, alors elle est de type utilitariste :* [62]

$$W(U(x)) = \sum_{i=1}^{n} u_i(x),\ \forall x \in E. \tag{11}$$

La valeur éthique de la situation (x, i) n'est autre que le niveau d'utilité de l'individu i dans x. Il n'y a aucune transformation de l'utilité qui émerge de cette axiomatique car le cadre informationnel est trop fort. A partir du cadre informationnel **MR-CT**, la FBES prioritariste de type Atkinson respecte le principe de transfert **PD**.

60. Le terme employé pour qualifier un classement d'états est social plutôt qu'éthique. L'intention est de ne pas laisser penser que l'on adopte un courant éthique en défendant un simple axiome.

61. D'Aspremont et Gevers [1977, p. 204] proposent une axiomatique incluant la propriété d'équité « extrême » pour caractériser la règle du leximin. Le *leximin* est une règle qui est défendue par le courant prioritariste. Ce critère accorde une *priorité absolue pour l'individu le moins bien loti parmi ceux qui manifestent une revendication*. Supposons que seuls trois individus i, j et k formulent une revendication d'un état x à y. Ainsi, si le niveau d'utilité de l'individu i est très légèrement supérieur dans l'état x à son niveau dans y, mais que les individus j et k, mieux lotis, ont un niveau d'utilité bien plus faible dans l'état x que dans y. La règle va préconiser l'état x. Peu importe le nombre d'individus dont le niveau d'utilité est plus faible dans x, peu importe l'ampleur de la différence entre les niveaux d'utilité dans les états x et y. Le leximin viole clairement l'axiome de continuité mais respecte le principe de transfert.

62. Le cadre informationnel nécessaire et suffisant pour faire émerger la FBES de type utilitariste, permet de comparer partiellement les différences d'utilité inter-personnelles. On retrouve l'énoncé de ce théorème dans Blackorby, Bossert et Donaldson [2002, p. 569].

Théorème 4.3. [Blackorby et Donaldson [1982]] *Posons $\mathscr{P}$ une population d'au moins 3 individus. Si une FBES welfariste satisfait* ***A****,* ***SP****,* ***SEP****,* ***CONT****,* ***PD****, et l'invariance informationnelle à partir de* ***MR-CT****, alors elle est de type Atkinson :*[63]

$$W(U(x)) = \begin{cases} (1-\gamma)^{(-1)} \sum_{i=1}^{n} [u_i(x)]^{(1-\gamma)}, \ \forall x \in E, \ \gamma > 0, & et\ \gamma \neq 1. \\ \\ \sum_{i=1}^{n} ln\ u_i(x), \ \forall x \in E, & et\ \gamma = 1. \end{cases}$$

La valeur éthique de la situation (x, i) est $\frac{u_i(x)^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ lorsque $\gamma \neq 1$. γ est un paramètre d'aversion aux inégalités d'utilité qui est strictement positif afin de respecter l'axiome **PD**. En posant $\gamma = 0$ (hors domaine), la fonction Atkinson deviendrait la fonction utilitariste et violerait le principe de transfert **PD**.

Une forme générale de FBES additivement séparable est caractérisable si et seulement si l'invariance informationnelle prise en compte est basée sur la comparabilité partielle de l'utilité transformée.

Définition 10. ***Comparabilité partielle de l'utilité transformée - G(CP)*** *: $\phi \in \Phi^{CUT-CT}$ si et seulement si les éléments ϕ_i de ϕ sont tels que $\phi_i(t) = g^{-1}(ag(t) + b_i)$, avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b_i \in \mathbb{R}$ pour tout $i \in \mathscr{P}$.*[64]

La comparabilité partielle de l'utilité transformée pose un cadre informationnel non plus sur l'utilité mais sur les valeurs éthiques. Ce cadre permet de faire émerger une FBES dont les fonctions Atkinson sont des cas particuliers.

Théorème 4.4. [Blackorby, Bossert et Donaldson [2002]] *Posons $\mathscr{P}$ une population d'au moins 3 individus. Si une FBES welfariste satisfait* ***A****,* ***SP****,* ***SEP****,* ***CONT****,* ***PD****, et l'invariance informationnelle à partir de* ***G(CP)****, alors elle est de type prioritariste :*[65]

$$W(U(x)) = \sum_{i=1}^{n} g\left(u_i(x)\right), \ \forall x \in E, \ g'(.) > 0, \ g''(.) < 0. \tag{12}$$

5 Conclusion

Les fonctions Atkinson (et la forme généralisée des fonctions prioritaristes continues) somment les valeurs éthiques de chacune des situations pour un état social et une population donnés.

63. Adler [2012, pp. 383-392]. Il s'agit d'un simple corolaire du théorème 2 de Blackorby et Donaldson [1982, pp. 256-257]. En effet, l'ajout de **A** dans l'axiomatique équi-pondère les valeurs éthiques de la fonction (*cf.* Roberts [1980]).

64. Cet axiome figure dans Blackorby, Bossert et Donaldson [2002, p. 566].

65. Une formulation légèrement différente de ce théorème est présentée par Blackorby, Bossert et Donaldson [2002, p. 566] ; de plus, nous avons montré que le respect du principe des transferts d'utilité implique la concavité stricte de la fonction g.

Les valeurs éthiques sont fortement connectées à la définition du bien-être basée sur la sympathie qui postule la comparabilité inter-personnelle des niveaux, des différences et des ratios de bien-être (représenté par l'utilité). Adler établit habilement un lien fort entre (i) une définition du bien-être par les préférences élargies qui déjoue la plupart des critiques portées au modèle d'Harsanyi, et (ii) les revendications pour une amélioration de bien-être qui sont cohérentes avec l'équité selon la séparation des personnes et les critères de Pareto. Ces revendications forment la structure des valeurs éthiques des fonctions prioritaristes. L'axiome de séparabilité forte et le principe des transferts de Pigou-Dalton impliquent, respectivement, la forme additivement séparable de la FBES, et la concavité de la fonction de transformation d'utilité.

Les fonctions additivement séparables qui respectent le principe des transferts de Pigou-Dalton sont à la base des indices FGT de pauvreté de Foster, Greer et Thorbecke [1984] et des indices d'inégalité d'Atkinson [1970] entre autres. Le théorème d'Hardy, Littlewood et Polya [1934] démontre l'équivalence entre le classement de deux états sociaux par une fonction additivement séparable qui respecte le principe de transfert, et l'usage de la dominance par le critère de Lorenz. Cependant, ces fonctions respectent toutes un principe des transferts de *revenus*, alors que nous avons présenté un principe défini sur le bien-être. Comme le fait remarquer Kaplow [2010], il y a un flou quant à l'emploi de la fonction d'utilité dans cette littérature : s'agit-il d'une représentation du bien-être individuel ou d'une représentation de la valeur éthique des situations ? Bien que l'usage du revenu équivalent apporte une réponse, l'intronisation des fonctions prioritaristes pourrait aussi répondre à cette question en proposant un parallèle intéressant entre principes des transferts de revenus et de bien-être et en explicitant le cadre informationnel posé.

Chapitre II

Cadres informationnels et principes de transfert lorsque les ménages ont des besoins différents

1 Introduction

Le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton postule qu'un transfert qui augmente le niveau d'utilité d'un individu, au détriment d'une détérioration de même ampleur de l'utilité d'un individu mieux loti, améliore le bien-être social. [1] Selon Adler [2012], les FBES prioritaristes évaluent un état social en faisant la somme des valeurs éthiques rattachées à cet état, de sorte à respecter ce principe. Une valeur éthique est une utilité individuelle transformée à partir de jugements de valeur distributifs. L'utilité individuelle est transformée tel que les FBES respectent le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton si et seulement si les valeurs éthiques sont définies par l'aversion aux inégalités (d'utilité). Selon les termes de Nagel [1995], elles sont « égalitaristes en soi ».

Atkinson et Bourguignon [1987], Jenkins et Lambert [1993] et Moyes [2012], entre autres, défendent l'idée que dans la pratique, l'économiste considère que d'autres attributs que le revenu influencent l'utilité individuelle. Dans cette optique, l'approche entreprise dans ce chapitre vise à introduire deux attributs qui déterminent les niveaux d'utilité : les revenus et les *besoins*. Ces derniers sont généralement présentés à partir de l'exemple suivant : supposons un ménage composé d'une personne dont le revenu est de 1000 euros mensuels, et un autre ménage composé d'un couple et un enfant dont le revenu est aussi de 1000 euros mensuels. Il parait défendable

1. La détérioration de l'utilité doit être d'une ampleur qui, à la limite, rendrait l'individu donneur mieux loti que ne l'était le receveur au préalable. On suppose aussi qu'un tel transfert n'implique aucune perte ou gain d'utilité, *i.e.* le bien-être total des deux individus avant et après le transfert est identique.

de dire que le premier ménage a moins de besoins que le second ; le premier ménage retire plus d'utilité à partir de son revenu que le second, dont l'utilité des trois membres dépend de 1000 euros mensuels. Cet exemple nous conduit à ne plus rattacher les revenus aux individus (comme dans le chapitre précédent) mais aux ménages qui composent une population. Cependant, les besoins ne se limitent pas à la taille d'un ménage. Un ménage composé d'un individu ayant des problèmes de santé ne retire pas le même niveau d'utilité d'un revenu de 1000 euros mensuels qu'un ménage composé d'un individu en pleine santé ; un ménage dont le patrimoine est conséquent n'a pas la même utilité marginale avec un revenu de 1000 euros mensuels qu'un autre ménage sans patrimoine. Ainsi, les *besoins* sont ici tous les attributs (hors revenus) des ménages qui déterminent leur niveau d'utilité à revenu donné, mais aussi leur utilité marginale en fonction du revenu.

Deux ménages aux besoins différents ont des fonctions d'utilité différentes. [2] Dans un tel cadre, il est d'usage de supposer un degré donné de comparabilité afin que des FBES soient éligibles. Par exemple, Moyes [2012] suppose que les niveaux et les différences d'utilité sont comparables entre ménages (aux besoins) différents afin d'utiliser une FBES qui fait la somme des utilités des ménages. Si l'on souhaite que des FBES qui font la somme des utilités transformées (*e.g.* les FBES prioritaristes) soient éligibles, Blackorby, Bossert et Donaldson [2002] indiquent qu'il faut postuler la comparabilité des différences « faibles » d'utilité transformée. [3] L'hypothèse des auteurs est nécessaire mais pas suffisante pour que des FBES prioritaristes soient éligibles. En effet, en plus de l'hypothèse sur l'utilité transformée, les niveaux et les différences d'utilité doivent être comparables pour que ces FBES respectent le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton. Même en posant toutes ces hypothèses, il n'est pas garanti que parmi les FBES éligibles, il y ait des FBES prioritaristes. Le premier objectif de ce chapitre est de déterminer un cadre informationnel suffisant pour que des FBES prioritaristes soient éligibles. De manière plus générale, nous cherchons quel est le postulat informationnel qui n'entrave pas l'émergence de FBES aux multiples jugements de valeur distributifs. On montre que si (i) les niveaux, les différences et les ratios d'utilité sont comparables entre ménages (aux besoins) différents, et (ii) les différences faibles d'utilité transformée sont comparables entre ménages différents, des FBES prioritaristes sont éligibles. Ces FBES sont des fonctions Atkinson dont la transformation des utilités s'effectue au moyen d'un paramètre de jugements de valeur distributifs. [4]

2. Parallèlement, deux ménages aux besoins identiques ont des fonctions d'utilité identiques.

3. Une différence faible d'utilité transformée est une différence entre deux niveaux d'utilité transformée de ménages aux mêmes besoins ou du même ménage.

4. Roberts [1980] énonce que si les niveaux, les différences et les ratios d'utilité sont comparables entre individus [ici des ménages] différents, alors les FBES Atkinson sont éligibles. Blackorby et Donaldson [1982] présentent ce résultat dans un cadre plus général.

Les fonctions Atkinson respectent le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton si et seulement si le paramètre de jugements distributifs est strictement positif. [5] A partir de ce constat, l'enjeu du chapitre est aussi de comprendre quels sont les jugements de valeurs mobilisés par des FBES Atkinson pour savoir si le cadre informationnel qui est proposé n'évince pas des jugements de valeur particuliers. On retrouve un résultat bien connu : les FBES Atkinson prioritaristes respectent toutes l'idée qu'un transfert d'utilité qui réduit les inégalités augmente le bien-être social dans une plus grande mesure, s'il est opéré parmi des ménages moins bien lotis. [6] Autrement dit, les FBES Atkinson prioritaristes expriment toutes une aversion plus forte aux inégalités parmi les ménages les moins bien lotis. Si les seules fonctions éligibles sont de type Atkinson, il est alors impossible de choisir une FBES qui respecte le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton et de postuler aussi une aversion plus forte aux inégalités parmi les mieux lotis. Il s'agit d'une première limite à notre cadre d'étude. De plus, il est établi que les FBES Atkinson ont un paramètre supérieur ou égal à un si et seulement si elles respectent le principe des transferts d'utilité proportionnels *ex post* tel que défini dans Fleurbaey et Michel [2001]. Ce principe de transfert postule qu'une réduction des inégalités d'utilité améliore le bien-être social même si cela engendre une perte donnée d'utilité totale. Il est aussi démontré que les fonctions Atkinson ont un paramètre supérieur à deux si et seulement si elles respectent le principe des transferts d'utilité proportionnels tel que défini par Fleurbaey et Michel [2001]. Ce principe défend la même idée que le principe des transferts d'utilité proportionnels *ex post*, mais il postule qu'une réduction des inégalités d'utilité améliore le bien-être social même si cela engendre une perte d'utilité totale plus grande que celle donnée dans le principe *ex post*. Ainsi, plus le paramètre de la FBES a une valeur élevée, plus la FBES est disposée à perdre un grand montant d'utilité totale pour réduire les inégalités d'utilité.

Le dernier enjeu de ce chapitre consiste à révéler les jugements de valeur distributifs nécessairement sous-tendus lorsque des FBES Atkinson respectent un ou plusieurs principes des transferts de *revenus*. Par exemple, le principe des transferts de *revenus* de Pigou-Dalton postule qu'un transfert améliore le bien-être social s'il augmente le revenu d'un ménage au détriment d'une détérioration de revenu de même ampleur d'un ménage plus riche. [7] Les FBES Atkin-

5. Lorsque ce paramètre est strictement positif, on parle de paramètre d'aversion aux inégalités. Ce paramètre est d'ailleurs supposé positif dans Atkinson [1970], entres autres, lorsque ce type de FBES est à l'origine de la construction d'indices d'inégalités.

6. Cette idée a été introduite et formalisée par Kolm [1976]. Cependant, l'auteur présente cette propriété pour représenter une sensibilité plus importante aux réductions d'inégalités de *revenus* parmi les plus pauvres. De plus, Kolm [1976] et Shorrocks et Foster [1987] expliquent que toutes les FBES Atkinson qui respectent le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton, manifestent aussi une sensibilité plus importante aux réductions d'inégalités de revenus parmi les plus pauvres.

7. En général, le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton met en scène un transfert qui concerne deux individus. De plus, la détérioration du revenu doit être d'une ampleur qui, au maximum, rendrait l'individu donneur aussi pauvre que ne l'était le receveur au préalable. On suppose aussi qu'un tel transfert n'implique aucune perte ou gain de revenus, *i.e.* le revenu total des deux individus avant et après le transfert est identique.

son qui respectent ce principe satisfont-elles forcément le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton ? Comme Nagel [1995, p. 65] le fait remarquer, la réponse peut être négative :

> « Même si l'impartialité n'était pas égalitariste en soi [...], elle serait égalitariste dans ses conséquences distributives par le fait familier de l'utilité marginale décroissante ».

Dans ce chapitre, il est supposé que tous les ménages ont une utilité strictement croissante en fonction du revenu. Ainsi, l'étude des FBES qui respectent des principes des transferts de revenus satisfait les critères welfaristes minimaux. [8] De plus, tous les ménages, aux plus petits comme aux plus grands besoins, ont une utilité marginale décroissante en fonction du revenu. Les résultats de ce chapitre confirment la citation de Nagel car des FBES Atkinson peuvent respecter le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton alors qu'elles ne respectent pas le principe des transferts d'utilité correspondant. Cependant, l'emploi des FBES Atkinson résulte de la formation d'hypothèses informationnelles qui ne sont pas suffisantes pour prendre en compte, au sens welfariste, les besoins des ménages. Par conséquent, l'étude des interactions entre principes des transferts d'utilité et principes des transferts de revenus déborde légèrement du cadre welfariste. Le chapitre essaye enfin de vérifier si des FBES Atkinson, qui auraient une sensibilité plus forte pour des transferts de revenus opérés parmi des ménages plus pauvres, expriment aussi une aversion plus forte aux inégalités parmi les ménages les moins bien lotis. Malheureusement, la condition nécessaire pour que des FBES Atkinson possèdent une telle sensibilité est trop complexe à interpréter.

La section 2 présente le cadre général et les notations utilisées dans le chapitre. La section 3 présente plusieurs hypothèses informationnelles ; elle démontre dans quelle mesure un postulat suffisant pour comparer les niveaux, les différences et les ratios d'utilité est une hypothèse suffisante pour étudier les interactions des principes des transferts d'utilité et de revenus lorsque les FBES sont additivement séparables. Les principes de transfert sont présentés à la section 4. Ils sont fondés sur les fonctions de transfert à la Fishburn et Willig [1984], *i.e.* des transferts de fractions de la population qui donnent lieu à des transferts de revenus ou d'utilité entre ménages. [9] A partir de ce cadre, les principes des transferts d'utilité et de revenus de Pigou-Dalton sont remplacés par des axiomes légèrement plus forts : les principes des transferts d'utilité et de revenus d'ordre 2, respectivement. Cette section présente également les interactions entre principes des transferts d'utilité et de revenus. En conclusion, la section 5 propose un tableau récapitulatif des interactions étudiées. Celles-ci donnent lieu à un constat : la classe

8. Adler [2012, p. 125] énonce clairement : « En supposant que le bien-être est strictement croissant en fonction du revenu, la fonction d'évaluation du revenu satisfait les critères welfaristes minimaux ; [...]. »

9. Une fraction est exprimée comme le rapport d'un nombre de ménages à l'ensemble des ménages de la population.

des fonctions Atkinson qui respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2 établit un classement de l'ensemble des états sociaux plus flexible au plan méta-éthique que celui établi par la classe des fonctions Atkinson prioritaristes.

2 Notations et cadre

Le cadre d'étude est fondé sur celui de Moyes [2012]. Les individus de la *population* (supposée fixe) $\mathscr{P} := \{1, \ldots, n\}$ sont membres d'un des n ménages. Chaque ménage a deux attributs : le *revenu* et le *type*. Par hypothèse, il existe H types de ménages tel que $2 \leqslant H \leqslant n$, l'ensemble des types est $\mathscr{H} := \{1, \ldots, H\}$. Dans ce chapitre, l'indice $h \in \mathscr{H}$ pourrait représenter toute caractéristique qui impacte le bien-être d'un ménage et qui n'est pas le revenu ; ici il s'agit d'un indicateur ordinal de *besoins* des ménages. Une *distribution hétérogène* est un vecteur de situations : $\mathbf{d} \equiv (\mathbf{x}; \mathbf{h}) := (x_1, \cdots, x_n; h_1, \cdots, h_n)$, où $x_i \in \Omega := [0, y_{\max}] \subset \mathbb{R}_+$ (l'ensemble des réels positifs) et $h_i \in \mathscr{H}$ représentent respectivement le revenu et les besoins du ménage $i \in \mathscr{P}$.[10] L'ensemble des revenus Ω est borné par $y_{\max}$, le niveau de revenus du ménage le plus riche dans $\mathscr{P}$. L'ensemble des distributions hétérogènes est :

$$\mathscr{D} := \{\mathbf{d} \equiv (\mathbf{x}; \mathbf{h}) \mid x_i \in \Omega \text{ et } h_i \in \mathscr{H},\ \forall i \in \mathscr{P}\}.$$

Une distribution $\mathbf{d}$ peut être représentée comme un vecteur à deux colonnes et n lignes :

$$\mathbf{d} \equiv (\mathbf{x}; \mathbf{h}) := \begin{bmatrix} x_1 & h_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_i & h_i \\ \vdots & \vdots \\ x_n & h_n \end{bmatrix}.$$

On peut représenter les distributions de $\mathscr{D}$ par des nuages de points dans l'espace $\Omega \times \mathscr{H}$, un plan à deux dimensions : les revenus et les besoins. Posons, par exemple, $\mathscr{P}$ un ensemble $\{1, 2, 3\}$ tel que :

$$\mathbf{d}^a \equiv (\mathbf{x}^a; \mathbf{h}^a) := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}^b \equiv (\mathbf{x}^b; \mathbf{h}^b) := \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

10. L'ensemble $\mathbb{R}$ comprend des nombres réels, $\mathbb{R}_{++}$ est l'ensemble des réels strictement positifs et $\mathbb{R}_{--}$ est l'ensemble des réels strictement négatifs.

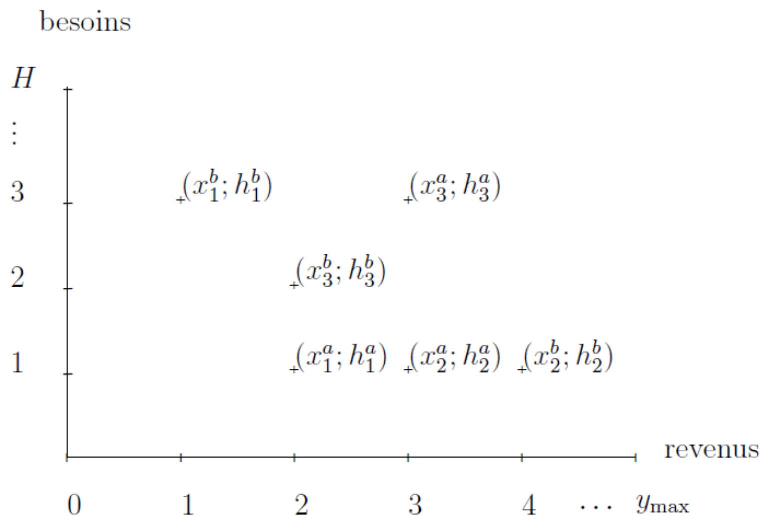

Figure II.1 – Représentation graphique des distributions $\mathbf{d}^a$ et $\mathbf{d}^b$

La fonction de répartition $F(y, h)$ est associée à la distribution hétérogène $\mathbf{d}$ qui indique la proportion de ménages dont les besoins sont compris entre 1 et h et les revenus sont au plus de $y \in \Omega$. Formellement,

$$F(y, h) := \sum_{j=1}^{h} \int_0^y f(x, j)dx, \ \forall h \in \mathscr{H}, \ \forall y \in \Omega,$$

avec $f(y, h)$ la densité jointe associée à la distribution $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$.[11] Etant données deux distributions $\mathbf{d}^a \equiv (\mathbf{x}^a; \mathbf{h}^a), \mathbf{d}^b \equiv (\mathbf{x}^b; \mathbf{h}^b) \in \mathscr{D}$, leurs fonctions de densité (répartition) sont notées f^a et f^b (F^a et F^b) respectivement.

Par hypothèse, tous les délibérateurs (ici les individus de la population en position de délibérateur) classent les distributions hétérogènes de $\mathscr{D}$ au moyen d'une fonction de bien-être social additivement séparable telle que :

(H1) $$W(\mathbf{d}) := \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) g(u(y_i; h_i)) \equiv \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) \ f(y, h) \ dy.$$

La fonction composée $g(u_h(y))$ représente la valeur éthique de la situation $(y; h)$ telle que déterminée par un délibérateur. L'image de la fonction $u_h(y)$ correspond au niveau d'utilité d'un ménage de type h doté d'un revenu y. L'ensemble des fonctions d'utilité est :

$$\mathscr{U} := \left\{ u_h : \Omega \to \mathbb{R}_{++} \mid u_h^{(1)}(y) > 0, \ \forall h \in \mathscr{H} \text{ et } \forall y \in \Omega \right\},$$ [12]

11. *Cf.* Moyes [2012, p. 1356] pour plus d'informations concernant la défense d'une représentation continue des distributions hétérogènes *a priori* discrètes.

12. $f^{(s)}(x)$ est la dérivée s-ième de la fonction f au point x telle que s est un entier naturel strictement positif : $s \in \mathbb{N}_{++}$. Précisément, $u_h^{(1)}(y) := \frac{\partial u_h(y)}{\partial y}$.

Comme dans Roberts [1980], on considère que l'utilité des ménages est strictement positive. Blackorby et Donaldson [1982] précisent qu'il s'agit d'une restriction au niveau informationnel. [13]

La fonction d'utilité u_h du ménage de type h fait partie d'un profil d'utilité défini comme $U := (u_1, \ldots, u_h, \ldots, u_H)$ dans l'ensemble $\mathscr{U}^H$ défini comme suit :

$$\mathscr{U}^H := \left\{ U : \Omega \to \mathbb{R}^H_{++} | \forall y \in \Omega \text{ tel que } U(y) = (u_1(y), \ldots, u_h(y), \ldots, u_H(y)) \right\}.$$

La fonction g représente les jugements de valeur distributifs d'un délibérateur ; par hypothèse $g^{(1)}(u_h(y)) > 0$ pour tout $h \in \mathscr{H}$ et pour tout $y \in \Omega$. [14] En postulant que g est strictement croissante, on suppose que le délibérateur respecte le principe de Pareto fort, *i.e.* il considère qu'une augmentation d'utilité d'un ménage améliore le bien-être social. La fonction g est telle que $g : \mathscr{U} \to \mathbb{R}$. De plus, g est supposée trois fois continûment différentiable et u_h est s fois continûment différentiable, respectivement : $g \in \mathscr{C}^3$ sur $\mathscr{U}$ et $u_h \in \mathscr{C}^s$ sur Ω pour tout $h \in \mathscr{H}$. Enfin, le cardinal d'un ensemble E est noté $|E|$.

3 Les cadres informationnels

3.1 Cadres informationnels selon la comparabilité d'utilité

Il faut postuler la comparabilité d'utilité (ou d'utilité transformée) entre différents types de ménages pour qu'un ensemble non-vide de FBES éligibles soit à la disposition des délibérateurs. Pour ne pas alourdir la notation, la comparabilité entre différents types de ménages est simplement notée « comparabilité » dans ce chapitre. Deux profils d'utilité ont des éléments dont les niveaux (différences ou autre) sont comparables si et seulement si l'information véhiculée par ces profils est la même lorsqu'on compare les niveaux (resp. différences ou autre) des éléments d'un profil ou de l'autre. Formellement, $U, V \in \mathscr{U}^H$ ont des éléments dont les niveaux sont comparables si et seulement si $\forall x, y \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H}$, on a :

$$u_k(x) \geqslant u_h(y) \iff v_k(x) \geqslant v_h(y). \text{ [15]}$$

13. Cette restriction est très discutée par Blackorby et Donaldson [1982] dans la mesure où la nullité de l'utilité permet d'établir un point de référence à partir duquel les ratios d'utilité sont comparables. Adler [2012] nomme ce point le « point zéro ». Il semble tout-de-même possible de poser deux hypothèses : (i) un délibérateur peut concevoir un point zéro tel que $u_e(0) = 0$, avec e le type de ménage lorsque celui-ci est inexistant, $e \notin \mathscr{H}$, mais (ii) tous les ménages de la population étudiée retirent des utilités strictement positives de n'importe quelle distribution $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$.

14. Précisément, $g^{(1)}(u_h(y)) := \frac{\partial g(u_h(y))}{\partial u_h(y)}$.

15. Les profils U et V véhiculent la même information : la situation $(x; k)$ est au moins aussi bien que $(y; h)$.

Les deux profils forment un *sous-ensemble informationnellement équivalent* de $\mathscr{U}^H$ selon la comparabilité des niveaux d'utilité. A un degré donné, un sous-ensemble est informationnellement équivalent si et seulement s'il regroupe des profils dont tous les éléments sont comparables selon le degré en question. On postule la comparabilité d'utilité à un degré donné si l'on partitionne l'ensemble des profils $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles informationnellement équivalents selon le degré en question. Le partitionnement en sous-ensembles informationnellement équivalents est aussi appelé le *cadre informationnel.*

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des niveaux d'utilité* s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}(CN): \ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, CN) \iff \\ [\forall x, y \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H} : u_k(x) \geqslant u_h(y) \iff v_k(x) \geqslant v_h(y)].\end{aligned}$$

Un ensemble $\mathscr{S}(U, CN)$ contient tous les profils d'utilité dont les niveaux des éléments sont comparables au profil U. Le postulat de comparabilité des niveaux d'utilité se traduit *explicitement* par un partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles regroupant des profils dont les éléments sont définis à une même transformation strictement croissante près. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}(U, CN) = \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = \phi\left(u_h(y)\right) \text{ avec } \phi^{(1)}(\tau) > 0, \tau \in \mathbb{R} \end{array} \right\}.$$

Bossert [1991] fait remarquer que les partitionnements implicite et explicite de $\mathscr{U}^H$ en en sous-ensembles informationnellement équivelents selon la comparabilité des niveaux d'utilité sont identiques. On peut donc représenter la définition du postulat de comparabilité des niveaux d'utilité de manière explicite, *i.e.* par des sous-ensembles de profils dont les éléments sont définis à une transformation près. Ce cas de figure n'est pas toujours possible selon le degré de comparabilité que l'on postule.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des différences faibles d'utilité* s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}(CD_f): \ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, CD_f) \iff \\ \left[\begin{array}{l} \forall x, y, z, t \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H} : \\ u_k(x) - u_k(y) \geqslant u_h(z) - u_h(t) \iff v_k(x) - v_k(y) \geqslant v_h(z) - v_h(t) \end{array} \right].\end{aligned}$$

Une *différence faible d'utilité* est une différence entre deux niveaux d'utilité de ménages de même type (ou du même ménage). Un ensemble $\mathscr{S}(U, CD_f)$ contient tous les profils dont les différences faibles d'utilité sont comparables au profil U. Selon Bossert [1991], cet ensemble ne peut être déterminé explicitement. Cependant, il existe un partitionnement explicite de $\mathscr{U}^H$ suffisant pour postuler la comparabilité des différences faibles d'utilité. Il partitionne $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}(\cdot, CD_f)$ définis comme suit. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}(U, CD_f) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f) := \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = a u_h(y) + b_h \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b_h \in \mathbb{R} \end{array} \right\}.$$

Bossert [1991] énonce qu'en règle générale, les sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ sont au moins aussi restreints que $\mathscr{S}(\cdot, CD_f)$. De plus, il démontre que les sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ sont strictement plus restreints que $\mathscr{S}(\cdot, CD_f)$ si l'on considère que $\mathscr{D}$ contient au moins deux distributions. Le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ est plus fin que le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}(\cdot, CD_f)$. Les sous-ensembles
$\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ regroupent les profils selon l'information des différences faibles d'utilité mais aussi selon un autre critère. En effet, il existe des profils de $\mathscr{U}^H$ dont les différences faibles d'utilité sont comparables avec le profil $U \in \mathscr{U}^H$ mais qui sont exclus du sous-ensemble $\mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)$. [16] Bossert [1991] considère que ce partitionnement est arbitraire pour cette raison. Cependant, ce cadre informationnel a deux avantages : il est suffisant pour postuler la comparabilité des différences faibles d'utilité et il est explicite.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des niveaux et des différences d'utilité* s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} (CND) : \ & \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, CND) \iff \\ & \left[\begin{array}{l} \forall x, y, z, t \in \Omega, \forall k, h, i, j \in \mathscr{H} : \\ u_k(x) - u_h(y) \geqslant u_i(z) - u_j(t) \Longleftrightarrow v_k(x) - v_h(y) \geqslant v_i(z) - v_j(t) \end{array} \right]. \end{aligned}$$

Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, un ensemble $\mathscr{S}(U, CND)$ est un sous-ensemble de $\mathscr{S}(U, CN)$. Il contient tous les profils d'utilité dont les niveaux et les différences des éléments sont comparables à U. D'après Bossert [1991], on ne peut pas représenter la définition du postulat de comparabilité des niveaux et des différences d'utilité de manière explicite. Cependant, il existe un partitionnement explicite de $\mathscr{U}^H$ suffisant pour postuler ce degré comparabilité. Il partitionne $\mathscr{U}^H$ en sous-

16. Mathématiquement, Roberts [1979] et Basu [1983] ont démontré que la définition de fonctions à une transformation affine croissante près n'est pas, en général, équivalente au postulat de comparabilité en différences.

ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CND)$ définis comme suit. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}(U, CND) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CND) := \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = au_h(y) + b \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b \in \mathbb{R} \end{array} \right\}.$$

Bossert [1991] énonce qu'en règle générale, les sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CND)$ sont au moins aussi restreints que $\mathscr{S}(\cdot, CND)$. De plus, il démontre que $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CND)$ sont strictement plus restreints que $\mathscr{S}(\cdot, CND)$ si l'on considère qu'il y a au moins trois types de ménages différents dans $\mathscr{H}$ ou si $\mathscr{D}$ contient au moins deux distributions. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, le partitionnement de $\mathscr{H}$ en $\mathscr{S}^{exp}(U, CND)$ est suffisant pour postuler la comparabilité des niveaux et des différences d'utilité, et il est explicite.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des niveaux, des différences et des ratios d'utilité* s'écrit comme suit :

$$(CNDR): \ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, CNDR) \iff$$
$$\left[\begin{array}{l} \forall x, y, z, t \in \Omega, \forall k, h, i, j \in \mathscr{H} : \\ u_k(x) - u_h(y) \geqslant u_i(z) - u_j(t) \iff v_k(x) - v_h(y) \geqslant v_i(z) - v_j(t) \\ \dfrac{u_k(x)}{u_h(y)} \geqslant \dfrac{u_i(z)}{u_j(t)} \iff \dfrac{v_k(x)}{v_h(y)} \geqslant \dfrac{v_i(z)}{v_j(t)} \end{array} \right].$$

Un ensemble $\mathscr{S}(U, CNDR)$ contient tous les profils dont les niveaux, les différences et les ratios d'utilité sont comparables au profil U. Cet ensemble ne peut pas être déterminé explicitement. Cependant, il existe un partitionnement explicite de $\mathscr{U}^H$ (en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$) suffisant pour postuler ce degré comparabilité.[17] Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}(U, CNDR) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) := \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = au_h(y) \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \end{array} \right\}.$$

17. En règle générale, $\mathscr{S}(U, CNDR) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$. Cependant, si au moins deux ménages de types différents ont des niveaux de revenus différents, alors $\mathscr{S}(U, CNDR) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$. En effet, supposons deux ménages tels que :

$$\begin{array}{l} w_1(x) = 5;\ w_2(x) = 1;\ w_1(y) = 1;\ w_2(y) = 1; \\ v_1(x) = 6;\ v_2(x) = 1;\ v_1(y) = 1;\ v_2(y) = 1; \end{array} \tag{1}$$

Nous avons $W, V \in \mathscr{S}(U, CNDR)$ mais si $W \in \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$, alors $V \notin \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ car : $v_1(x) = 1,2w_1(x)$ et $v_1(y) = 1w_1(y)$.

Les relations d'inclusions suivantes peuvent donc être émises. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CND) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CN)$$
$$\text{et } \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CND) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f).$$

Cependant, les partitionnements de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CN)$ et celui en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ sont différents car pour tout $U \in \mathscr{U}^H$: $\mathscr{S}^{exp}(U, CN) \not\subseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)$ et
$\mathscr{S}^{exp}(U, CN) \not\supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)$.

3.2 Cadres informationnels selon la comparabilité d'utilité transformée

Les FBES (H1) font la somme des utilités transformées des ménages. La comparabilité de l'utilité transformée est nécessaire pour faire émerger ce type de FBES.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des niveaux d'utilité transformée* s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}(G[CN]) :\ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, G[CN]) &\iff \\ &\begin{bmatrix} \forall x, y \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H} : \\ g\left(u_k(x)\right) \geqslant g\left(u_h(y)\right) \iff g\left(v_k(x)\right) \geqslant g\left(v_h(y)\right) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Un ensemble $\mathscr{S}(U, G[CN])$ contient tous les profils d'utilité dont les niveaux des éléments transformés par la fonction g sont comparables à U. Puisque g est strictement croissante par définition, on a :

$$g\left(u_k(x)\right) \geqslant g\left(u_h(y)\right) \iff u_k(x) \geqslant u_h(y). \tag{2}$$

De plus,

$$g\left(v_k(x)\right) \geqslant g\left(v_h(y)\right) \iff v_k(x) \geqslant v_h(y). \tag{3}$$

Etant données les équivalences (2) et (3), les partitionnements de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}(\cdot, G[CN])$ et celui en $\mathscr{S}(\cdot, CN)$ sont identiques. Les postulats de comparabilité des niveaux d'utilité et de comparabilité des niveaux d'utilité transformée sont équivalents.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des différences faibles d'utilité transformée* s'écrit comme suit :

$$(G[CD_f]): \ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, G[CD_f]) \iff \left[\begin{array}{c} \forall x, y, z, t \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H} : \\ g(u_k(x)) - g(u_k(y)) \geqslant g(u_h(z)) - g(u_h(t)) \\ \iff g(v_k(x)) - g(v_k(y)) \geqslant g(v_h(z)) - g(v_h(t)) \end{array}\right].$$

Une *différence faible d'utilité transformée* est une différence entre deux niveaux d'utilité transformée de ménages de même type (ou du même ménage). Un ensemble $\mathscr{S}(U, G[CD_f])$ contient tous les profils d'utilité dont les différences faibles des éléments transformés par g sont comparables au profil U. En outre, on ne peut déterminer explicitement qu'un sous-ensemble de $\mathscr{S}(U, G[CD_f])$, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:

$$\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) := \left\{\begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = g^{-1}\left(ag\left(u_h(y)\right) + b_h\right) \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b_h \in \mathbb{R} \end{array}\right\}.$$

Proposition 1. *Les inclusions suivantes sont vraies pour tout* $U \in \mathscr{U}^H$ *:*
(i) $\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ *;*
(ii) $\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ *si* $|\mathscr{D}| \geqslant 2$.

Démonstration. (i) Démontrons que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$,

$$\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]).$$

Pour cela, il suffit de montrer que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, les profils dans $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ sont tels que leurs éléments sont comparables en différences faibles au profil U lorsqu'ils sont transformés par g. Pour tout $x \in \Omega$ et pour tout $h \in \mathscr{H}$, posons : $v_h(x) = g^{-1}\left(ag\left(u_h(y)\right) + b_h\right)$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b_h \in \mathbb{R}$, nous avons :

$$g(v_h(y)) = g\left(g^{-1}\left(ag\left(u_h(y)\right) + b_h\right)\right) = ag\left(u_h(y)\right) + b_h.$$

Pour tous $x, y, z, t \in \Omega$ et pour tous $k, h \in \mathscr{H}$, on a :

$$\begin{aligned} & g\left(v_k(x)\right) - g\left(v_k(y)\right) \geqslant g\left(v_h(z)\right) - g\left(v_h(t)\right) \\ \iff & ag\left(u_k(x)\right) + b_k - ag\left(u_k(y)\right) - b_k \geqslant ag\left(u_h(z)\right) + b_h - ag\left(u_h(t)\right) - b_h \\ \iff & g\left(u_k(x)\right) - g\left(u_k(y)\right) \geqslant g\left(u_h(z)\right) - g\left(u_h(t)\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Ce qui prouve que $\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$.

(ii) Démontrons que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ si $\mathscr{D}$ comporte au moins deux distributions. Posons $\Omega = \{x, y\}$, $\mathscr{H} = \{k, h\}$. De plus, $g(u_k(x)) = 5$, $g(u_k(y)) = 1$, $g(u_h(x)) = 1$, $g(u_h(y)) = 1$, $g(v_k(x)) = 6$, $g(v_k(y)) = 1$, $g(v_h(x)) = 1$, $g(v_h(y)) = 1$, tels que $V \in \mathscr{S}(U, G[CD_f])$. En posant $a = 1$ et $b_k = 0$, nous avons :

$$g(v_k(y)) = ag(u_k(y)) + b_k = 1,$$

Cependant, le profil V n'est pas dans l'ensemble $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ car :

$$g(v_k(x)) = ag(u_k(x)) + b_k \neq 1g(u_k(x)) + 0.$$

Ce qui prouve que $\mathscr{S}(U, G[CD_f]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$. □

Le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ n'est qu'une condition suffisante au postulat de comparabilité des différences faibles d'utilité transformée.

La définition implicite des ensembles d'information qui formalise le *postulat de comparabilité des niveaux et des différences d'utilité transformée* s'écrit comme suit :

$$(G[CND]) : \ \forall U, V \in \mathscr{U}^H : V \in \mathscr{S}(U, G[CND]) \iff \left[\begin{array}{l} \qquad \forall x, y, z, t \in \Omega, \forall k, h, i, j \in \mathscr{H} : \\ \qquad g(u_k(x)) - g(u_h(y)) \geqslant g(u_i(z)) - g(u_j(t)) \\ \iff g(v_k(x)) - g(v_h(y)) \geqslant g(v_i(z)) - g(v_j(t)) \end{array}\right].$$

Un ensemble $\mathscr{S}(U, G[CND])$ contient tous les profils d'utilité dont les niveaux et les différences des éléments transformés par g sont comparables à U. Comme pour la comparabilité des niveaux et des différences d'utilité, un ensemble $\mathscr{S}(\cdot, G[CND])$ est indéterminé explicitement. Cependant, il existe un partitionnement explicite de $\mathscr{U}^H$ suffisant pour postuler la comparabilité des niveaux et des différences d'utilité transformée. Il partitionne $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ tels que :

$$\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND]) := \left\{\begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = g^{-1}(ag(u_h(y)) + b) \ \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b \in \mathbb{R} \end{array}\right\}.$$

Proposition 2. *Les inclusions suivantes sont vraies pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:*

(i) $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$;

(ii) $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ *si* $|\mathscr{H}| \geqslant 3$ *;*

(iii) $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ *si* $|\mathscr{D}| \geqslant 2$.

Démonstration. (i) Démontrons que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$,

$$\mathscr{S}(U, G[CND]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND]).$$

Pour cela, il suffit de montrer que les profils dans $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ sont tels que les niveaux et les différences de leurs éléments transformés par g sont comparables à U, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$. Pour tout $x \in \Omega$ et pour tout $h \in \mathscr{H}$, posons : $v_h(x) = g^{-1}\left(ag\left(u_h(y)\right) + b\right)$ avec $a \in \mathbb{R}_{++}$ et $b \in \mathbb{R}$, nous avons :

$$g(v_h(y)) = g\left(g^{-1}\left(ag\left(u_h(y)\right) + b\right)\right) = ag\left(u_h(y)\right) + b.$$

Pour tous $x, y, z, t \in \Omega$ et pour tous $k, h, i, j \in \mathscr{H}$, on a :

$$g\left(v_k(x)\right) \geqslant g\left(v_h(y)\right) \Longleftrightarrow ag\left(u_k(x)\right) + b \geqslant ag\left(u_h(y)\right) + b \Longleftrightarrow g\left(u_k(x)\right) \geqslant g\left(u_h(y)\right). \qquad (5)$$

De plus,

$$\begin{aligned} & g\left(v_k(x)\right) - g\left(v_h(y)\right) \geqslant g\left(v_i(z)\right) - g\left(v_j(t)\right) \\ \Longleftrightarrow\ & ag\left(u_k(x)\right) + b - ag\left(u_h(y)\right) - b \geqslant ag\left(u_i(z)\right) + b - ag\left(u_j(t)\right) - b \\ \Longleftrightarrow\ & g\left(u_k(x)\right) - g\left(u_h(y)\right) \geqslant g\left(u_i(z)\right) - g\left(u_j(t)\right). \end{aligned} \qquad (6)$$

Ce qui prouve que $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$.

(ii) Démontrons que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ si $\mathscr{H}$ comporte au moins trois types différents. Posons $\Omega = \{y\}$, $\mathscr{H} = \{k, h, i\}$. De plus, $g\left(u_k(y)\right) = 5$, $g\left(u_h(y)\right) = 1$, $g\left(u_i(y)\right) = 1$, $g\left(v_k(y)\right) = 6$, $g\left(v_h(y)\right) = 1$, $g\left(v_i(y)\right) = 1$. On a $U = (u_k, u_h, u_i)$ et $V = (v_k, v_h, v_i)$ tels que $V \in \mathscr{S}(U, G[CND])$. En posant $a = 1$ et $b = 0$, nous avons :

$$g\left(v_h(y)\right) = ag\left(u_h(y)\right) + b = 1,$$

Cependant, le profil V n'est pas dans l'ensemble $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ car :

$$g\left(v_k(y)\right) = ag\left(u_k(y)\right) + b \neq 1g\left(u_k(y)\right) + 0.$$

Ce qui prouve que $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$.

(iii) Démontrons que, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ si $\mathscr{D}$ comporte au moins deux distributions. Posons $\Omega = \{x, y\}$, $\mathscr{H} = \{k, h\}$. De plus, $g(u_k(x)) = 5$, $g(u_k(y)) = 1$, $g(u_h(x)) = 1$, $g(u_h(y)) = 1$, $g(v_k(x)) = 6$, $g(v_k(y)) = 1$, $g(v_h(x)) = 1$, $g(v_h(y)) = 1$, tels que $V \in \mathscr{S}(U, G[CND])$. En posant $a = 1$ et $b = 0$, nous avons :

$$g(v_k(y)) = ag(u_k(y)) + b = 1,$$

Cependant, le profil V n'est pas dans l'ensemble $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ car :

$$g(v_k(x)) = ag(u_k(x)) + b \neq 1g(u_k(x)) + 0.$$

Ce qui prouve que $\mathscr{S}(U, G[CND]) \supset \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$. □

Le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CND])$ n'est donc qu'une condition suffisante au postulat de comparabilité des niveaux et des différences d'utilité transformée. De plus, le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CND])$ est plus fin que celui en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$. Cependant, ce cadre informationnel n'est pas suffisant pour postuler la comparabilité des niveaux et des différences d'utilité. Puisque le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CND)$ n'est pas non plus suffisant pour postuler la comparabilité des niveaux et des différences d'utilité transformée, les deux cadres informationnels sont différents.

Proposition 3. *Les deux résultats suivants sont vrais pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:*
(i) $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND]) \not\subset \mathscr{S}(U, CND)$;
(ii) $\mathscr{S}^{exp}(U, CND) \not\subset \mathscr{S}(U, G[CND])$.

Démonstration. (i) Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CND]) \not\subset \mathscr{S}(U, CND)$. Soit $V \in \mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CND])$. Ainsi, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $h \in \mathscr{H}$, on a :

$$v_h(y) = g^{-1}(ag(u_h(y)) + b) \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b \in \mathbb{R}.$$

Posons $g(\tau) = \ln(\tau)$, $g^{-1}(\tau) = e^{\tau}$ avec $\tau \in \mathbb{R}_{++}$; $a = 2$; $b = 1$; $x, y, z, t \in \Omega$ et $k, h, i \in \mathscr{H}$ tels que :

$$u_k(x) = 1,1;\ u_h(y) = 1,3;\ u_h(z) = 10;\ u_i(t) = 10,1.$$

Nous avons :

$$u_k(x) - u_h(y) < u_h(z) - u_i(t);\ \text{alors que } v_k(x) - v_h(y) > v_h(z) - v_i(t).$$

Le profil V n'appartient pas au sous-ensemble $\mathscr{S}(U, CND)$.

(ii) Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}^{exp}(U, CND) \not\subset \mathscr{S}(U, G[CND])$. Soit $V \in \mathscr{S}^{exp}(U, CND)$. Ainsi, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $h \in \mathscr{H}$, on a :

$$v_h(y) = au_h(y) + b \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b \in \mathbb{R}.$$

Posons $g(\tau) = \ln(\tau)$ avec $\tau \in \mathbb{R}_{++}$; $a = 3$; $b = 1$; $x, y, t \in \Omega$ et $k, h, i \in \mathscr{H}$ tels que :

$$u_k(x) = 3;\ u_h(y) = 4;\ u_i(t) = 5{,}1.$$

Nous avons :

$$g(u_k(x)) - g(u_h(y)) > g(u_h(y)) - g(u_i(t));$$

alors que

$$g(v_k(x)) - g(v_h(y)) < g(v_h(y)) - g(v_i(t)).$$

Le profil V n'appartient pas au sous-ensemble $\mathscr{S}(U, G[CND])$. □

Blackorby, Bossert et Donaldson [2002, p. 567] énoncent que le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ est difficile à justifier à moins que g soit affine. Je ne partage pas leur point de vue parce que les cadres informationnels qui partitionnent $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ et en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ sont simplement différents. En effet, le premier cadre n'est pas suffisant pour postuler la comparabilité des différences faibles d'utilité et le second cadre n'est pas suffisant pour postuler la comparabilité des différences faibles d'utilité transformée.

Proposition 4. *Les deux résultats suivants sont vrais pour tout $U \in \mathscr{U}^H$:*
(i) $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) \not\subset \mathscr{S}(U, CD_f)$ *;*
(ii) $\mathscr{S}^{exp}(U, CD_f) \not\subset \mathscr{S}(U, G[CD_f])$.

Démonstration. En posant $b_h = b_k = 1$, (i) et (ii) sont vérifiés par la démonstration de la Proposition 3. □

Il semblerait que Blackorby, Bossert et Donaldson [2002] justifient le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ en imposant que la fonction g soit affine. Si les partitionnements de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ et en $\mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)$ sont identiques pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, alors les arguments défendant le second cadre justifient aussi le premier. Or les deux cadres informationnels sont identiques si et seulement si la fonction g est linéaire (donc affine). [18]

18. Blackorby, Bossert et Donaldson [2002] énoncent que si la fonction g est affine, alors le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ est défendable. En fait, la fonction g est affine si et seulement si le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ est justifiable avec des arguments défendant la mesurabilité et comparabilité des niveaux et des différences d'utilité, un postulat que nous n'avons pas présenté dans ce chapitre.

Proposition 5. *Les deux assertions suivantes sont équivalentes :*

(i) $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) = \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)\ \forall U \in \mathscr{U}^H$ *;*

(ii) $g : \mathscr{U} \to \mathbb{R}$ *est une fonction linéaire strictement croissante.*

Démonstration. [(i) $\implies$ (ii)]

Soient $U, V \in \mathscr{U}^H$. Le profil V appartient à $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ tel que $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) = \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)\ \forall U \in \mathscr{U}^H$ si et seulement si $\forall h \in \mathscr{H}$ et $\forall x \in \Omega$:

$$\begin{aligned} v_h(x) &= g^{-1}\left(ag(u_h(x)) + b_h\right) \\ &= Au_h(x) + B_h \text{ avec } a, A \in \mathbb{R}_{++}, b_h, B_h \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{7}$$

En posant $g(u_h(x)) =: X$, nous avons $u_h(x) = g^{-1}(X)$. L'équation (7) devient :

$$g^{-1}(aX + b_h) = Ag^{-1}(X) + B_h,$$

g^{-1} est donc linéaire et sa réciproque, g, l'est aussi.

[(ii) $\implies$ (i)]

Supposons que la fonction de transformation de l'utilité soit linéaire, nous avons $g(\tau) = \gamma\tau$ avec $\gamma \in \mathbb{R}_{++}$ car, par définition, la fonction g est strictement croissante. Cela implique que $g^{-1}(\tau) = \frac{\tau}{\gamma}$. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, l'ensemble $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ est alors défini comme suit :

$$\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) = \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = au_h(y) + \dfrac{b_h}{\gamma} \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } \dfrac{b_h}{\gamma} \in \mathbb{R} \end{array} \right\}.$$

On obtient donc $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) = \mathscr{S}^{exp}(U, CD_f)\ \forall U \in \mathscr{U}^H$. □

La justification du partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ se fait à un prix : les FBES (H1) doivent être neutres vis-à-vis des inégalités, car la fonction de transformation de l'utilité ne peut être ni strictement convexe ni strictement concave.

3.3 Cadres informationnels, FBES et jugements de valeur distributifs

Les cadres informationnels limitent l'exposé de certains jugements de valeur distributifs. Par exemple, il est démontré dans le paragraphe précédent que si l'on partitionne $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$, alors les FBES (H1) émergentes expriment la neutralité vis-à-vis des inégalités. Cette implication me parait difficilement défendable ; c'est pourquoi j'opte pour une position claire : le cadre informationnel ne doit pas entraver l'exposé des jugements de valeur distributifs. Sachant qu'il faut réunir plus d'arguments pour justifier un cadre informationnel plus faible (*i.e.*

un partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles plus retreints), on cherche à proposer un cadre qui n'entrave pas l'exposé des jugements de valeur distributifs et qui soit le plus fort possible. [19]

Blackorby, Bossert et Donaldson [2002, p. 566] démontrent que le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$ est nécessaire et suffisant pour faire émerger des FBES de type (H1). Ils considèrent que ces FBES représentent l'utilitarisme généralisé. Dans ce chapitre, nous avons supposé que les délibérateurs établissent un classement des distributions de $\mathscr{D}$ en employant une FBES (H1). Le cadre informationnel doit être au moins aussi faible que celui défini par le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$; il est donc supposé implicitement que les différences faibles d'utilité transformée sont comparables. Cependant, ce cadre informationnel est insuffisant pour faire émerger des FBES *prioritaristes* et limite donc l'exposé des jugements de valeur distributifs.

Selon Adler [2012], une FBES (H1) est prioritariste si et seulement si elle respecte le *principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton.* Le principe de transfert postule qu'un transfert augmente le bien-être social s'il augmente l'utilité d'une fraction de la population et détériore celle d'une fraction égale mieux lotie. Le transfert doit augmenter l'utilité d'une fraction de la même ampleur qu'il réduit celle d'une autre ; la fraction qui « donne » de l'utilité doit être mieux lotie que ne l'était celle qui « reçoit » de l'utilité.

Définition 1. Transferts d'utilité de Pigou-Dalton : *Il existe $k, h \in \mathscr{H}$, f^a, f^b associées aux distributions $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$. La distribution $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ par un transfert d'utilité de Pigou-Dalton si et seulement si : $f^a(y, m) = f^b(y, m)\ \forall y \in \Omega,\ \forall m \in \mathscr{H} \setminus \{k, h\}$; pour tous $x, z, t, r \in \Omega$,*

$$f^b(x,k) - f^a(x,k) = f^a(z,k) - f^b(z,k) =$$
$$f^a(t,h) - f^b(t,h) = f^b(r,h) - f^a(r,h) > 0$$

$$\text{(C*)} \qquad \textit{avec } u_k(x) - u_k(z) = u_h(t) - u_h(r) < 0 \quad \textit{et } u_k(x) < u_h(t).$$

19. Le chapitre précédent présente des arguments philosophiques pour défendre la comparabilité inter-personnelle des niveaux et des différences d'utilité, puis la comparabilité inter-personnelle des niveaux, des différences et des ratios d'utilité. Afin de passer du premier cadre cité (plus fort) au second (plus faible), il faut supposer l'existence d'un point zéro dont la justification est proposée par Adler [2012].

Définition 2. Principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton : *Soient* $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$. *Si la distribution* $\mathbf{d}^b$ *est obtenue à partir de* $\mathbf{d}^a$ *par un transfert d'utilité de Pigou-Dalton, alors :*[20]

$$W(\mathbf{d}^b) > W(\mathbf{d}^a).$$

Nous avons démontré au chapitre précédent, lorsque le cadre informationnel le permet, la FBES (H1) respecte le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton si et seulement si la fonction de transformation de l'utilité est strictement concave, *i.e.* $g^{(2)}(u_h(y)) < 0$ pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $h \in \mathscr{H}$. La définition des transferts s'appuie sur une condition (C*) qui implique la comparabilité faible des différences d'utilité et la comparabilité des niveaux d'utilité. Autrement dit, le postulat de comparabilité des niveaux d'utilité et le postulat de comparabilité des différences faibles d'utilité sont nécessaires pour que des FBES (H1) prioritaristes soient éligibles.

Un cadre informationnel souhaitable doit respecter trois conditions : pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, (i) le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ doit comprendre des sous-ensembles informationnellement équivalents de $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, G[CD_f])$; (ii) le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ doit comprendre des sous-ensembles informationnellement équivalents de $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CD_f)$ et de $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CN)$; (iii) laisser la possibilité que la fonction g soit autre qu'affine (*i.e.* concave ou convexe). Une piste a déjà été explorée par Blackorby, Bossert et Donaldson [2002]. Elle consiste à étudier les implications du partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(U, CND)$ tels que $\mathscr{S}^{exp}(U, CND) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CND])$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$. Ces auteurs démontrent que ce cadre informationnel implique que g soit la fonction identité, les conditions (i) et (ii) sont respectées mais (iii) est violée. Ce cadre informationnel n'est donc pas souhaitable.

Pour respecter les conditions (i), (ii) et (iii), il faut affaiblir le cadre informationnel de départ proposé par ces auteurs. Le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CNDR)$ respecte la condition (ii) car le cadre est suffisant pour postuler la comparabilité des différences faibles d'utilité. De plus, le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ tels que $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) \subseteq \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ respecte la condition (i) et implique que la fonction g puisse être autre qu'affine (respect de la condition (iii)).

Proposition 6. *Si* $\mathscr{U}^H$ *est partitionné en sous-ensembles* $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ *tels que* $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ *pour tout* $U \in \mathscr{U}^H$, *alors la fonction de transformation de l'utilité est telle*

20. Le principe de transfert est une version asymétrique de la condition de Pigou-Dalton. En effet, le transfert progressif exclut la possibilité de permuter les niveaux d'utilité de la fraction de la population qui « donne » avec celle qui « reçoit » : c'est pour cela que l'on pose $u_k(x) < u_h(t)$ et non $u_k(x) \leqslant u_h(t)$ dans la définition 1. Ce point est discuté et critiqué par Thon et Wallace [2004], cependant, il faut remarquer que si l'on souhaite proposer un principe qui postule qu'un transfert progressif augmente strictement le bien-être social, alors il faut présenter une version asymétrique de la condition de Pigou-Dalton.

que :

$$\begin{aligned} &g(\tau) = \gamma \ln(\alpha\beta\tau) \ \textit{avec}\ \tau, \gamma, \alpha, \beta \in \mathbb{R}_{++}, \\ \textit{ou}\ &g(\tau) = bd\tau^c \ \textit{avec}\ b, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, c \in \mathbb{R},\ \tau \in \mathbb{R}_{++}\ \textit{et}\ \operatorname{sgn}(bd) = \operatorname{sgn}(c). \end{aligned}$$

Démonstration. [$\Rightarrow$]

Soient $U, V \in \mathscr{U}^H$. Le profil V appartient à $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ tel que $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ si et seulement si $\forall h \in \mathscr{H}$ et $\forall x \in \Omega$:

$$\begin{aligned} g(v_h(x)) &= g\left(Au_h(x)\right) \\ &= g\left(g^{-1}\left(ag(u_h(x)) + b_h\right)\right) = ag(u_h(x)) + b_h \text{ avec } a, A \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } b_h \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{8}$$

On peut résoudre l'équation fonctionnelle (8) par deux types de substitution. Le premier type consiste à poser $\varpi(A) := a$ et $f(u_h(x)) := g(u_h(x)) + \frac{b_h}{a}$. L'équation (8) devient :

$$g\left(Au_h(x)\right) = f(u_h(x))\varpi(A) \text{ avec } \varpi : \mathbb{R}_{++} \to \mathbb{R}_{++} \text{ et } f : \mathbb{R}_{++} \to \mathbb{R}_{++}. \tag{9}$$

Le second type de substitution consiste à poser $\vartheta_h(A) = b_h$ et $\psi(u_h(x)) = ag(u_h(x))$. L'équation (8) devient :

$$g\left(Au_h(x)\right) = \psi(u_h(x)) + \vartheta(A) \text{ avec } \vartheta : \mathbb{R}_{++} \to \mathbb{R} \text{ et } \psi : \mathbb{R}_{++} \to \mathbb{R}. \tag{10}$$

Les équations fonctionnelles (9) et (10) sont des équations de Pexider telles que présentées dans Aczél [1966, p. 144].

Pour résoudre l'équation (9), on pose premièrement : $u_h(x) = 1$ et $A = \tau$:

$$g(\tau) = f(1)\varpi(\tau).$$

Posons $f(1) =: b \neq 0$, on obtient :

$$\varpi(\tau) = \frac{g(\tau)}{b}. \tag{11}$$

Nous posons désormais $u_h(x) = \tau$ et $A = 1$, on a :

$$g(\tau) = f(\tau)\varpi(1).$$

Posons $\varpi(1) =: d \neq 0$, on obtient :

$$f(\tau) = \frac{g(\tau)}{d}. \tag{12}$$

A partir de (11) et (12), on a :

$$g(Au_h(x)) = \frac{g(A)g(u_h(x))}{bd}. \tag{13}$$

En posant $\phi(\tau) := \frac{g(\tau)}{bd}$ et à partir de (13) :

$$\phi(Au_h(x)) = \phi(A)\phi(u_h(x)),$$

dont la solution est $\phi(\tau) = \tau^c$, $c \in \mathbb{R}$. Donc, les solutions de (9) sont :

$$g(\tau) = bd\tau^c; \; f(\tau) = b\tau^c; \; \varpi(\tau) = d\tau^c.$$

Enfin, g est strictement croissante si $\mathrm{sgn}(bd) = \mathrm{sgn}(c)$.
Pour résoudre l'équation (10), on pose premièrement : $u_h(x) = 1$ et $A = \tau$, on a :

$$g(\tau) = \psi(1) + \vartheta_h(\tau).$$

Posons $\psi(1) =: a_2$, on a :

$$\vartheta_h(\tau) = g(\tau) - a_2. \tag{14}$$

Nous posons désormais $u_h(x) = \tau$ et $A = 1$, on a :

$$g(\tau) = \psi(\tau) + \vartheta_h(1).$$

Posons $\vartheta_h(1) =: b_2$, on a :

$$\psi(\tau) = g(\tau) - b_2. \tag{15}$$

A partir de (14) et (15), on a :

$$g(Au_h(x)) = g(A) - b_2 + g(u_h(x)) - a_2. \tag{16}$$

En posant $\phi(\tau) := g(\tau) - b_2 - a_2$ et à partir de (16), on a :

$$\phi(Au_h(x)) = \phi(A) + \phi(u_h(x)),$$

dont la solution est $\phi(\tau) = \gamma \ln(\tau)$ avec $\tau \in \mathbb{R}_{++}$. Donc, les solutions de (10) sont :

$$g(\tau) = \gamma \ln(\tau) + a_2 + b_2.$$

En posant $a_2 = \gamma \ln(\alpha)$ et $b_2 = \gamma \ln(\beta)$ avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_{++}$, on a :

$$g(\tau) = \gamma \ln(\alpha\beta\tau);\;\; \psi(\tau) = \gamma \ln(\alpha\tau);\;\; \vartheta_h(\tau) = \gamma \ln(\beta\tau).$$

Ce qui conclut la démonstration de l'implication énoncée dans la proposition 6. [21]

□

Parmi les cadres informationnels présentés, le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ tels que $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ semble être celui qui ne limite pas l'exposé des jugements de valeur distributifs. [22] La vérification de cette éventualité est l'objet de la section suivante.

21. Bien que ce ne soit énoncé dans la proposition, il est possible de démontrer :
$[\nLeftarrow]$
Supposons que la fonction de transformation de l'utilité soit telle que :

$$g(\tau) = bd\tau^c \text{ avec } b, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, c \in \mathbb{R},\; \tau \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } \operatorname{sgn}(bd) = \operatorname{sgn}(c). \tag{17}$$

Nous avons $g^{-1}(\tau) = \left[\frac{\tau}{bd}\right]^{\frac{1}{c}}$. Pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, les sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ deviennent :

$$\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) = \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = \left[\dfrac{abdu_h(x)^c + b_h}{bd}\right]^{\frac{1}{c}} \end{array} \right\}.$$

Auquel cas, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, $\mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f]) \neq \mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ car $\left[\frac{abdu_h(x)^c + b_h}{bd}\right]^{\frac{1}{c}} = Au_h(x)$ avec $A \in \mathbb{R}_{++}$ seulement si $b_h = 0$; ce qui modifie la cadre informationnel posé.

22. Comme l'annonce Adler [2012, p. 391] : « [...] aucune FBES prioritariste continue n'est invariante aux transformations en ratios quand les utilités peuvent prendre n'importe quelles valeurs, négatives ou positives. » Adler [2012] propose un cadre où l'utilité est positive car il défend l'invariance des FBES aux transformations en ratios d'utilité. Cependant, pour ceux qui ne partagent pas le point de vue d'Adler, le postulat d'utilité positive est sans fondement, d'ailleurs, des FBES sont éligibles dans un cadre où les utilités peuvent être négatives, positives ou nulles.

Selon Bossert [1991, p. 214] et d'après les notations du chapitre, le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD)$, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ est suffisant pour postuler la comparabilité des niveaux, des différences d'utilité et la mesurabilité des différences d'utilité. Les ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD)$ sont tels que :

$$\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD) := \left\{ \begin{array}{l} V \in \mathscr{U}^H \mid \forall U, V \in \mathscr{U}^H, \forall y \in \Omega, \forall h \in \mathscr{H}, \\ v_h(y) = u_h(y) + B \text{ avec } B \in \mathbb{R} \end{array} \right\}.$$

Proposition 7. *Si $\mathscr{U}^H$ est partitionné en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD)$, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ tels que $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$, alors la fonction de transformation de l'utilité est telle que :*

$$\begin{aligned} &g(\tau) = g(\tau) = \alpha\beta e^{c\tau} \textit{ avec } \alpha, \beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \textit{ et } \operatorname{sgn}(\alpha\beta) = \operatorname{sgn}(c), \\ &\textit{ou } g(\tau) = \gamma\tau + a_2 + b_2 \textit{ avec } \tau, a_2, b_2 \in \mathbb{R}, \gamma \in \mathbb{R}_{++}. \end{aligned}$$

La preuve est en annexes du chapitre. Ce partitionnement est donc suffisant pour faire émerger des FBES prioritaristes continues telles que :

$$W(U(x)) = \sum_{i=1}^{n} -e^{-u_i(x)},$$

FBES compatibles avec des utilités positives comme négatives : $u_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Ces FBES ne respectent pas l'invariance des FBES aux transformations en ratios d'utilité.

4 Fonctions de bien-être social, besoins et principes de transfert

Selon Roberts [1980, p. 432], à partir du partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CNDR)$, une forme particulière de FBES (H1) émerge : la classe de fonctions de type Atkinson. [23]

Théorème 4.1. *Si on partitionne $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{S}^{exp}(U, CNDR)$ pour tout $U \in \mathscr{U}^H$, alors* (H1) *devient :*

$$\text{(A)} \qquad W_A(\mathbf{d}) = \begin{cases} \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{[u_h(y)]^{1-\rho}}{1-\rho} \; f(y,h) \; dy \; si \; \rho \in \mathbb{R} \; et \; \rho \neq 1; \\ \\ \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln\left(u_h(y)\right) \; f(y,h) \; dy \; si \; \rho = 1. \end{cases}$$

La valeur éthique est $g(u_h(y)) = \frac{[u_h(y)]^{1-\rho}}{1-\rho}$ lorsque $\rho \neq 1$. [24] Les jugements de valeur distributifs des délibérateurs sont représentés par le paramètre ρ.

L'image de la fonction $u_h(y)$ est le niveau d'utilité d'un ménage aux besoins h ayant un revenu y. Les besoins d'un ménage rendent compte des difficultés à transformer un niveau de revenu en utilité. Plus un ménage a des besoins importants, plus le niveau de revenu nécessaire pour atteindre un niveau d'utilité donné est important. Les ménages sont supposés être ordonnés de façon décroissante selon leurs besoins. [25]

23. Bien que baptisée en référence à Atkinson [1970], cette classe de fonctions ne se limite pas à des FBES qui respectent le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton comme présenté au chapitre précédent.

24. De manière courante, les FBES Atkinson sont présentées comme suit :

$$W_A(\mathbf{d}) = \begin{cases} \left[\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} u_h(y)^{1-\rho} f(y,h) \; dy\right]^{\frac{1}{1-\rho}} \text{ si } \rho > 0 \text{ et } \rho \neq 1; \\ \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln\left(u_h(y)\right) \; f(y,h) \; dy \text{ si } \rho = 1. \end{cases}$$

Ces FBES sont employées pour classer des distributions. A ce propos, considérons $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$:

$$\begin{aligned} & W_A(\mathbf{d}^a) > W_A(\mathbf{d}^b) \\ \iff & \ln\left[\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} u_h(y)^{1-\rho} f^a(y,h) \; dy\right]^{\frac{1}{1-\rho}} > \ln\left[\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} u_h(y)^{1-\rho} f^b(y,h) \; dy\right]^{\frac{1}{1-\rho}} \\ \iff & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{[u_h(y)]^{1-\rho}}{1-\rho} \; f^a(y,h) \; dy > \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{[u_h(y)]^{1-\rho}}{1-\rho} \; f^b(y,h) \; dy. \end{aligned}$$

C'est la raison pour laquelle, par exemple, Roberts [1980] présente les FBES Atkinson comme dans (A).

25. Comme l'a fait remarquer un rapporteur, le cadre informationnel du théorème 4.1 n'est pas suffisant pour postuler les besoins des ménages selon $(H2a, b)$ ci-après. Les résultats qui vont suivre dans ce chapitre sortent malheureusement du cadre welfariste tel que posé.

Définition 1. Besoins des ménages : *Pour tout $\ell \in \{1,2\}$ et pour tout $y \in \Omega$:*

$$\text{(H2a)} \qquad (-1)^\ell u_1^{(\ell)}(y) \leqslant (-1)^\ell u_2^{(\ell)}(y) \leqslant \cdots \leqslant (-1)^\ell u_H^{(\ell)}(y) < 0 \ ;$$

$$\text{(H2b)} \qquad 0 < u_1(y) \leqslant u_2(y) \ \leqslant \cdots \leqslant u_H(y).$$

Les conditions (H2a, b) sont formellement identiques aux conditions $C1 - C5$ de Moyes [2012]. [26] Cependant, les conditions $C1 - C5$ ont vocation à ordonner les valeurs éthiques de la FBES que propose Moyes [2012]. En effet, l'auteur introduit une FBES qui fait la somme des utilités. En respectant (H1), les conditions $C1 - C5$ proposeraient un classement des utilités transformées dont les implications seraient injustifiées.

Définition 2. Besoins des ménages inspirés de Moyes [2012] : *Pour tout $\ell \in \{1,2\}$ et pour tout $y \in \Omega$:* [27]

$$\text{(H2a*)} \qquad (-1)^\ell (g \circ u_1)^{(\ell)}(y) \leqslant (-1)^\ell (g \circ u_2)^{(\ell)}(y) \leqslant \cdots \leqslant (-1)^\ell (g \circ u_H)^{(\ell)}(y) \leqslant 0 \ ;$$

$$\text{(H2b*)} \qquad (g \circ u_1)(y) \leqslant (g \circ u_2)(y) \ \leqslant \cdots \leqslant (g \circ u_H)(y).$$

Puisque la fonction g est supposée strictement croissante, alors les conditions (H2b) et (H2b*) sont équivalentes. En outre, (H2a) et (H2a*) sont deux conditions aux implications différentes. La seconde postule que la dérivée seconde de la fonction composée $g \circ u_h(y)$ est négative pour tout $h \in \mathscr{H}$ et pour tout $y \in \Omega$. Ceci implique la concavité d'au moins une des deux fonctions g ou u_h, or la fonction g représente les jugements distributifs des délibérateurs. Le contenu normatif de la fonction g et la définition des besoins sont deux points distincts de notre étude, et ce, bien que les besoins des ménages soient déterminés par les délibérateurs. En ce sens, nous rejetons les conditions (H2a*) et (H2b*) au profit des conditions (H2a) et (H2b).

A partir du cadre (H2a, b) qui est posé, il s'agit à présent de déterminer quelles sont les implications du respect de principes des transferts d'utilité et/ou de revenus. [28]

26. Les conditions (H2a, b) sont plus faibles que celles présentées par Jenkins et Lambert [1993] car il n'y a pas de conditions à la borne de type : $u_1(y_{\max}) = u_2(y_{\max}) = \cdots = u_H(y_{\max})$.

27. Moyes [2012] discute de l'évolution de ces conditions lorsque le revenu maximal prend des valeurs différentes et notamment lorsqu'il tend vers l'infini. Nous n'abordons pas cette discussion dans le présent chapitre.

28. L'étude contraint tout ménage à l'inertie en termes de besoins. Cette contrainte est suffisante pour échapper à l'incomparabilité entre les critères parétiens et les principes de transfert exposée par Fleurbaey et Trannoy [2003].

4.1 Transferts d'utilité et transferts de revenus

4.1.1 Transferts d'utilité

Le chapitre introduit des transferts de fractions de population qui impliquent des changements dans la distribution de revenus et des niveaux d'utilité des ménages directement concernés. Ces transferts sont issus des travaux de Fishburn et Willig [1984], auxquels on a ajouté des conditions d'existence aux transferts. Un transfert positif d'utilité d'ordre 1 noté $T^1(\alpha, u_k(y), \delta)$ postule qu'une fraction $\alpha \in]0, f(y,k)]$ de la population composée de ménages de type k, passe d'un niveau d'utilité $u_k(y)$ à un niveau d'utilité $u_k(y)+\delta$ avec $\delta > 0$. [29] Pour toutes distributions $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $k \in \mathscr{H}$, $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen de $T^1(\alpha, u_k(y), \delta)$ si et seulement si :

$$f^b(y,k) = \begin{cases} f^a(y,k) - \alpha & \text{au niveau } u_k(y) \ , \\ f^a(y,k) + \alpha & \text{au niveau } u_k(y) + \delta \ , \\ f^a(y,k) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{18}$$

Un transfert négatif d'utilité d'ordre 1 noté $-T^1(\alpha, u_k(y) - \delta, \delta)$ postule qu'une fraction $\alpha \in]0, f(y,k)]$ composée de ménages de type k, passe d'un niveau d'utilité $u_k(y)$ à un niveau d'utilité $u_k(y) - \delta$ avec $\delta > 0$. Pour toutes distributions $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^c \in \mathscr{D}$, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $k \in \mathscr{H}$, $\mathbf{d}^c$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen de $-T^1(\alpha, u_k(y) - \delta, \delta)$ si et seulement si :

$$f^c(y,k) = \begin{cases} f^a(y,k) + \alpha & \text{au niveau } u_k(y) - \delta \ , \\ f^a(y,k) - \alpha & \text{au niveau } u_k(y) \ , \\ f^a(y,k) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{19}$$

Un transfert d'utilité d'ordre 2 positif entre différents types de ménages noté $T^2(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta)$ implique deux fractions α. Une des deux est constituée de ménages de type k aux revenus y et l'autre comprend des ménages de type h dont les besoins sont inférieurs et qui sont mieux lotis. [30] Précisément, ce transfert postule qu'une fraction α passe d'un niveau d'utilité $u_k(y)$ à $u_k(y) + \delta$, tandis qu'un autre α passe d'un niveau d'utilité $u_h(y) + 2\delta$ à $u_h(y) + \delta$. Un transfert d'utilité d'ordre 2 se définit comme la différence entre deux transferts d'utilité d'ordre 1.

29. La condition d'existence énonce que la fraction de la population qui se déplace d'un niveau d'utilité doit être, au plus, aussi importante que la part de la population dotée de ce niveau d'utilité, pour un type de ménage donné. En effet, pour qu'un transfert soit opérationnel, il ne faut pas considérer un déplacement de plus de ménages au niveau $u_k(y)$ qu'il n'y en a dans la population.

30. Les transferts d'utilité (d'ordre supérieur à 1) entre différents types de ménages contiennent une condition sur les besoins plutôt que sur les utilités. On pourrait s'interroger sur cette restriction mais, en fait, elle n'a pour objet que d'assurer au donneur d'être au moins aussi bien loti que le receveur après transfert en vertu de $(H2b)$.

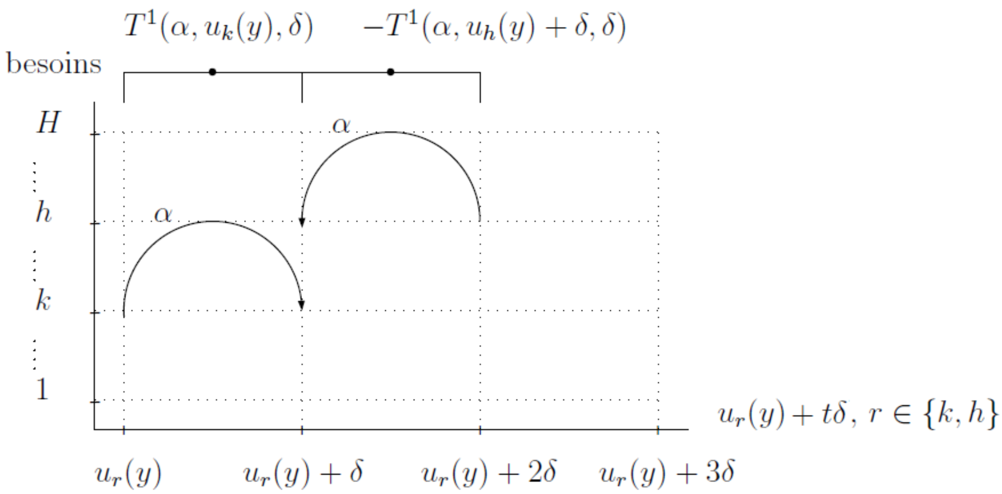

Figure II.2 – Transfert positif d'utilité d'ordre 2 entre ménages de types différents

Un transfert d'utilité d'ordre 3 positif entre ménages de types différents noté $T^3(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta)$ est la somme de deux transferts d'utilité d'ordre 2 entre ménages de même type. Le transfert (i) égalise les niveaux d'utilité de deux fractions de ménages de type k, de grandeur α de la population afin que toutes deux aient un niveau d'utilité $u_k(y) + \delta$, et (ii) inégalise les niveaux d'utilité de deux fractions α de ménages de besoins h inférieurs à k, afin qu'une fraction ait un niveau d'utilité $u_h(y) + \delta$ et l'autre soit dotée d'un niveau d'utilité $u_h(y) + 3\delta$.

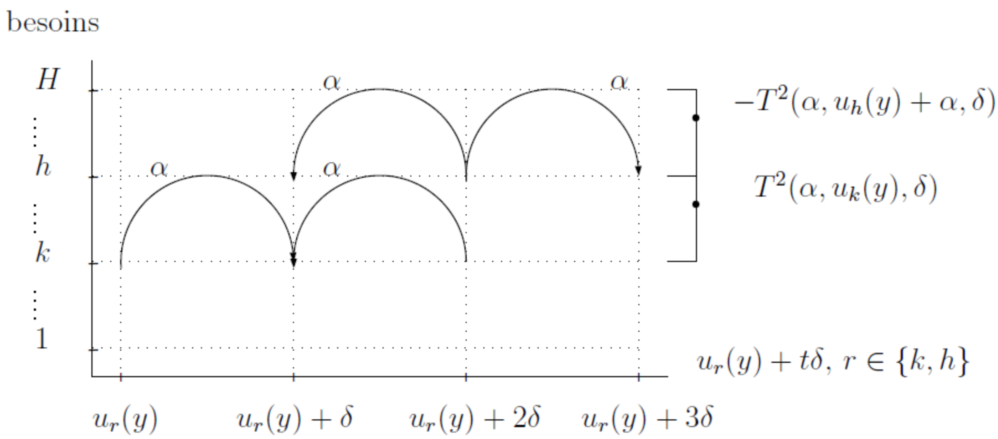

Figure II.3 – Transfert positif d'utilité d'ordre 3 entre ménages de types différents

La définition 3 ci-dessous englobe les transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 positifs entre ménages de types différents.

Définition 3. Transfert d'utilité d'ordre s positif entre différents types de ménages. *Pour toute distribution* $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$ *et pour tout* $y \in \Omega$*, étant donnés deux types de ménages* k *et* $h \in \mathscr{H}$ *tels que* $k < h$ *; un transfert d'utilité d'ordre* s *entre différents types de ménages est* *défini comme :*

$$T^s(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta) := T^{s-1}(\alpha, u_k(y), \delta) - T^{s-1}(\alpha, u_h(y) + \delta, \delta),\ s \in \{2, 3\}, \tag{20}$$

$$\text{tel que, pour } u_r(y) + t\delta \text{ avec } r = \{k,h\} \text{ et } t \in \{1, \ldots, s\} \text{ pair, } \binom{s}{t} \alpha \in]0, f(y,r)],\ \delta > 0.$$

La définition 4 ci-dessous englobe les transferts d'utilité d'ordre 2 et 3 positifs entre ménages de même type.

Définition 4. Transfert positif d'utilité d'ordre s entre ménages de type k. *Pour toute distribution* $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$ *et pour tout* $y \in \Omega$*, étant donné un type de ménage* $k \in \mathscr{H}$ *; un transfert positif d'utilité d'ordre* s *entre ménages de même type est défini comme :*

$$T^s(\alpha, u_k(y), \delta) := T^{s-1}(\alpha, u_k(y), \delta) + \left(-T^{s-1}(\alpha, u_k(y) + \delta, \delta)\right),\quad s \in \{2, 3\}, \tag{21}$$

$$\text{tel que, pour } u_k(y) + t\delta \text{ avec } t \in \{1, \ldots, s\} \text{ pair, } \binom{s}{t} \alpha \in]0, f(y,k)],\ \delta > 0.$$

4.1.2 Transferts proportionnels d'utilité

En ayant postulé la comparabilité des ratios d'utilité, on peut tout-à-fait comparer $100 \times \delta\%$ de l'utilité d'une fraction de ménages de type k à $100 \times \delta\%$ de l'utilité d'une fraction égale de ménages de type h. Un transfert proportionnel tel qu'introduit par Fleurbaey et Michel [2001] implique qu'une fraction $\alpha \in]0, \min\{f(y,k), f(t,h)\}]$ de ménages de type k passe d'un niveau d'utilité $u_k(y)$ à $u_k(y) + \delta u_k(y)$, tandis qu'une autre fraction α de ménages de type h, mieux lotis, passe d'un niveau d'utilité $u_h(t)$ à $u_h(t) + \delta u_h(t)$, avec $\delta > 0$. Autrement dit, un transfert proportionnel postule qu'une fraction de ménages bénéficie d'une augmentation de $100 \times \delta\%$ de son niveau d'utilité alors qu'une fraction égale de ménages mieux lotis subit une diminution de $100 \times \delta\%$ de son niveau d'utilité. Puisque l'augmentation et la diminution sont de même grandeur relative, mais sont rattachées à des grandeurs de référence différentes, *i.e.* $u_k(y) < u_h(t)$, alors le transfert engendre une perte d'utilité totale.

Définition 5. Transferts proportionnels d'utilité : *Soient* $k, h \in \mathscr{H}$ *et* f^b, f^a *associées aux distributions* $\mathbf{d}^b, \mathbf{d}^a \in \mathscr{D}$*. La distribution* $\mathbf{d}^b$ *est obtenue à partir de* $\mathbf{d}^a$ *par un transfert proportionnel d'utilité si et seulement si :* $f^a(x,m) = f^b(x,m)\ \forall x \in \Omega$ *et* $\forall m \in \mathscr{H} \setminus \{k,h\}$ *;*

pour tous $y, z, t, r \in \Omega$ *et* $\delta > 0$,

$$f^b(y,k) - f^a(y,k) = f^a(z,k) - f^b(z,k) =$$
$$f^b(t,h) - f^a(t,h) = f^a(r,h) - f^b(r,h) > 0$$
$$\textit{avec } u_k(z) = u_k(y)[1+\delta] \leqslant u_h(r) = u_h(t)[1-\delta].$$

Fleurbaey et Michel [2001] introduisent aussi un transfert proportionnel qui postule qu'une fraction de ménages α passe d'un niveau d'utilité $u_k(y) - \delta u_k(z)$ à $u_k(z)$, tandis qu'une autre fraction α de ménages de type h, mieux lotis, passe d'un niveau d'utilité $u_h(t) - \delta u_h(r)$ à $u_h(r)$, avec $\delta > 0$. L'évolution relative des niveaux d'utilité des ménages a pour point de référence les niveaux d'utilité post-transfert, pour cette raison ce transfert est dit *ex post*.

Définition 6. Transferts proportionnels d'utilité *ex post* : *Soient* $k, h \in \mathscr{H}$ *et* f^b, f^a *associées aux distributions* $\mathbf{d}^b, \mathbf{d}^a \in \mathscr{D}$. *La distribution* $\mathbf{d}^b$ *est obtenue à partir de* $\mathbf{d}^a$ *par un transfert proportionnel d'utilité* ex post *si et seulement si :* $f^a(x,m) = f^b(x,m)$, $\forall x \in \Omega$ *et* $\forall m \in \mathscr{H} \setminus \{k,h\}$ *; pour tous* $y, z, t, r \in \Omega$ *et* $\delta > 0$,

$$f^b(y,k) - f^a(y,k) = f^a(z,k) - f^b(z,k) =$$
$$f^b(t,h) - f^a(t,h) = f^a(r,h) - f^b(r,h) > 0$$
$$\textit{avec } u_k(z) = u_k(x) + \delta u_k(z) \leqslant u_h(r) = u_h(t) - \delta u_h(r).$$

Les auteurs démontrent qu'un transfert proportionnel d'utilité *ex post* engendre une perte d'utilité maximale de $1 - \frac{u_k(z)}{u_h(r)}$, alors qu'un transfert proportionnel d'utilité implique une perte maximale de $1 - \frac{u_k(y)}{u_h(t)}$. A $\delta > 0$ donné, $u_h(t) > u_h(r)$ et $u_k(z) > u_k(y)$, on a :

$$1 - \frac{u_k(y)}{u_h(t)} > 1 - \frac{u_k(z)}{u_h(r)}.$$

Le premier transfert (ndlr. *ex post*) engendre une perte maximale inférieure au second.

4.1.3 Transferts de revenus

A quelques détails près, ce paragraphe est analogue à celui intitulé « Transferts d'utilité ». S'il le souhaite, le lecteur peut se rendre directement au paragraphe suivant (page 103). Un transfert positif de revenus d'ordre 1 noté $T^1(\alpha, y, \delta, k)$ implique qu'une fraction de ménages de type k, de grandeur $\alpha \in]0, f(y,k)]$ de la population passe d'un revenu y à $y + \delta$ avec $\delta > 0$. Pour toutes distributions $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $k \in \mathscr{H}$, $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen de $T^1(\alpha, y, \delta, k)$ si et seulement si :

$$f^b(y,k) = \begin{cases} f^a(y,k) - \alpha & \text{au niveau } y \ , \\ f^a(y,k) + \alpha & \text{au niveau } y+\delta \ , \\ f^a(y,k) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{22}$$

Un transfert négatif de revenus d'ordre 1 noté $-T^1(\alpha, y, \delta, k)$ implique qu'une fraction $\alpha \in]0, f(y+\delta, k)]$ composée de ménages de type k passe d'un revenu $y+\delta$ à y avec $\delta > 0$. Pour toutes distributions $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^c \in \mathscr{D}$, pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $k \in \mathscr{H}$, $\mathbf{d}^c$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen de $-T^1(\alpha, y, \delta, k)$ si et seulement si :

$$f^c(y,k) = \begin{cases} f^a(y,k) + \alpha & \text{au niveau } y \ , \\ f^a(y,k) - \alpha & \text{au niveau } y+\delta \ , \\ f^a(y,k) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{23}$$

Un transfert positif de revenus d'ordre 2 entre ménages de types différents est noté $T^2(\alpha, y, \delta, k, q)$. Il postule qu'une fraction α composée de ménages de type k passe d'un revenu y à $y+\delta$ tandis qu'une autre fraction α de ménages de type h, aux besoins inférieurs à k, passe d'un revenu $y+2\delta$ à $y+\delta$, avec $\delta > 0$. Le transfert égalise les niveaux de revenus de deux fractions égales de ménages de types différents.

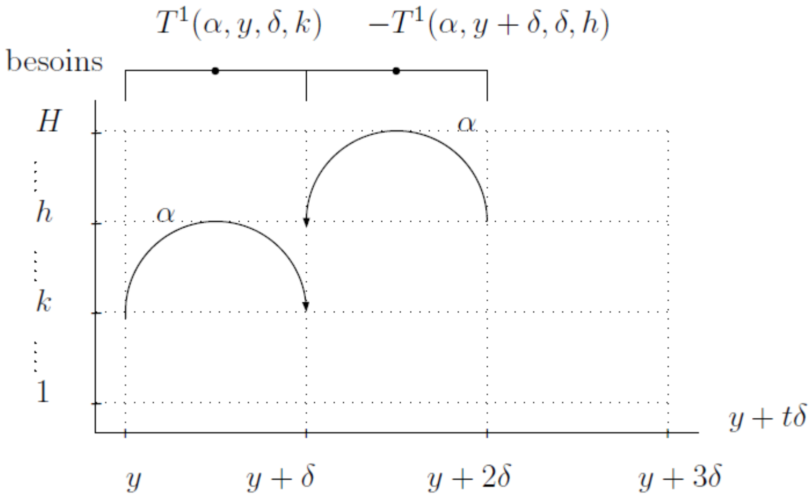

Figure II.4 – Transfert positif de revenus d'ordre 2 entre ménages de types différents

Un transfert positif de revenus d'ordre 3 entre ménages de types différents est noté $T^3(\alpha, y, \delta, k, h)$. Il se compose d'un transfert positif d'ordre 2 entre ménages d'un type donné et d'un transfert négatif d'ordre 2 entre ménages d'un type dont les besoins sont inférieurs et les revenus sont supérieurs. Le transfert postule (i) qu'une fraction α de ménages de type k passe de y à $y+\delta$, tandis qu'une autre fraction α de ménages de même type passe de $y+2\delta$ à $y+\delta$; et (ii) qu'une fraction α de ménages de type h, dont les besoins sont inférieurs à k, passe de $y+2\delta$ à $y+\delta$, tandis que l'autre α passe de $y+2\delta$ à $y+3\delta$.

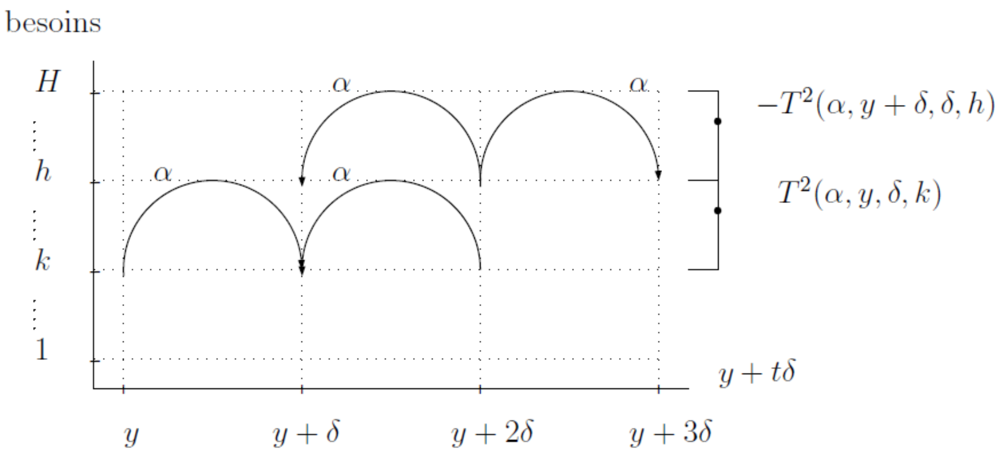

Figure II.5 – Transfert positif de revenus d'ordre 3 entre ménages de types différents

La définition 7 ci-dessous englobe les transferts de revenus d'ordres 2 et 3 positifs entre ménages de types différents.

Définition 7. Transfert positif de revenus d'ordre s positif entre ménages de types différents. *Pour toute distribution* $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$ *et pour tout* $y \in \Omega$, *étant donnés deux types* $k, h \in \mathscr{H}$ *de ménages, tels que* $k < h$ *; un transfert positif de revenus d'ordre* s *entre ménages de types différents est défini comme :*

$$T^s(\alpha, y, \delta, k, h) := T^{s-1}(\alpha, y, \delta, k) + \left(-T^{s-1}(\alpha, y+\delta, \delta, h)\right), \ s \in \{2, 3\}, \tag{24}$$

$$\textit{tel que, pour } t \in \{1, \ldots, s+1\} \textit{ pair, } \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \alpha \in]0, f(y+t\delta, r)], \ \textit{pour } r = \{k, h\}, \ \delta > 0.$$

La définition 8 ci-dessous englobe les transferts de revenus d'ordres 2 et 3 positifs entre ménages de même type. [31]

Définition 8. Transfert de revenus d'ordre s positif entre ménages de type k. *Pour toute distribution* $\mathbf{d} \in \mathscr{D}$ *et pour tout* $y \in \Omega$, *étant donné un type de ménage* $k \in \mathscr{H}$ *; un transfert d'utilité d'ordre* s *positif entre ménages de même type est défini comme :*

$$T^s(\alpha, y, \delta, k) := T^{s-1}(\alpha, y, \delta, k) + \left(-T^{s-1}(\alpha, y+\delta, \delta, k)\right), \ s \in \{2, 3\}, \tag{25}$$

31. Fishburn et Willig [1984] présentent une définition très proche où figurent des transferts d'ordre $s \in \mathbb{N}$ avec $s \geqslant 2$.

$$\textit{tel que, pour } t \in \{1, \dots, s\} \textit{ pair, } \binom{s}{t} \alpha \in]0, f(y + t\delta, k)], \ \delta > 0.$$

Tous les transferts (d'utilité ou de revenus, proportionnels ou non) modifient le niveau d'utilité des fractions de population directement affectées. Chacun des transferts présentés sont employés par des principes qui évaluent de manière univoque leur impact sur le bien-être social. Un principe de transfert énonce qu'un type de transfert (d'utilité ou de revenus et positifs, proportionnels ou non) améliore le bien-être social.

4.2 Principes de transfert et paramètre de jugements de valeur distributifs

Un principe se rattache à un type donné de transferts qu'ils soient inter- ou intra-type de ménage. Le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 énonce qu'un transfert positif d'utilité d'ordre 2, entre ménages de types différents, améliore le bien-être social. Ce principe postule aussi qu'un transfert positif d'utilité d'ordre 2, entre ménages de même type, améliore le bien-être social. De même, le principe des transferts d'utilité d'ordre 3 énonce qu'un transfert positif d'utilité d'ordre 3, entre ménages de types différents ou non, améliore le bien-être social. La définition 9 présentée ci-dessous englobe les deux principes des transferts d'utilité.

Définition 9. Principe des transferts d'utilité d'ordre s. *Pour toutes distributions* $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$*, pour tout* $y \in \Omega$*, étant donnés deux types de ménage* k *et* $h \in \mathscr{H}$ *tels que* $k \leqslant h$*, les FBES satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre* s *si et seulement si :*

$$(\text{UTP}^s) \qquad \left[f^b = f^a + T^s(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta)\right] \Longrightarrow \left[W(\mathbf{d}^b) > W(\mathbf{d}^a)\right], s \in \{2, 3\}.$$

Une FBES satisfait le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 si et seulement si elle associe un niveau de bien-être social à la distribution $\mathbf{d}^b$ qui est supérieur à celui de $\mathbf{d}^a$, sachant que $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen d'un transfert positif d'utilité d'ordre 2. Le principe de transfert représente formellement l'aversion aux inégalités (d'utilité), on dit que la FBES exprime l'aversion aux inégalités. En ce sens, la FBES est prioritariste. Les fonctions Atkinson respectent le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 si et seulement si elles ont un paramètre ρ strictement positif. Cette équivalence est énoncée dans la proposition 1 ci-dessous dans laquelle $\mathscr{W}_A^P$ est la classe des fonctions Atkinson prioritaristes définie comme :

$$\mathscr{W}_A^P := \{W \text{ respecte (A)} \mid \rho > 0\}.$$

Proposition 1. *Si les FBES satisfont* (H2a), (H2b) *et* (A), *alors les deux assertions suivantes sont équivalentes :*

(i) les FBES satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 ;

(ii) les FBES appartiennent à $\mathscr{W}_A^P$.

Démonstration. Posons $f^b = f^a + T^2(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta)$ tel que f^a, f^b sont associées respectivement à $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$, $\alpha > 0, \delta > 0, k \leqslant h$ avec $k, h \in \mathscr{H}$ et enfin $y \in \Omega$. D'après la définition 3, les FBES satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 si et seulement si :

$$\begin{aligned}
& W(\mathbf{d}^b) - W(\mathbf{d}^a) > 0 \\
\iff & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^a(y,h) dy > 0 \qquad (26) \\
\iff & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) \left[f^b(y,h) - f^a(y,h) \right] dy > 0 \\
\iff & -\alpha g(u_k(y)) + \alpha g(u_k(y)+\delta) + \alpha g(u_h(y)+\delta) - \alpha g(u_h(y)+2\delta) > 0. \qquad (27)
\end{aligned}$$

En divisant les deux côtés de l'équation (27) par $\alpha\delta$ avec $\delta \to 0$, on a :

$$g^{(1)}(u_k(y)) > g^{(1)}(u_h(y)+\delta). \qquad (28)$$

$[(i) \Longrightarrow (ii)]$

Posons $\rho \neq 1$, l'implication (26) $\Longrightarrow$ (28) devient :

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^a(y,h) dy > 0 \\
\Longrightarrow & \ u_k(y)^\rho < [u_h(y)+\delta]^\rho \\
\iff & \left(\frac{u_h(y)+\delta}{u_k(y)} \right)^\rho > 1 \\
\iff & \rho \ln \left(\frac{u_h(y)+\delta}{u_k(y)} \right) > \ln(1) \\
\iff & \rho > 0.
\end{aligned}$$

$[(ii) \Longrightarrow (i)]$

Puisque $k < h$, d'après la condition (H2b), nous avons $u_k(y) < u_h(y) + \delta$. En posant $\rho \neq 1$ et $\rho > 0$, alors :

$$\begin{aligned} & u_k(y)^\rho < [u_h(y) + \delta]^\rho \\ \Longleftrightarrow \; & \frac{1}{u_k(y)^\rho} > \frac{1}{[u_h(y) + \delta]^\rho} \\ \Longleftrightarrow \; & \frac{\partial \left(\frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho} \right)}{\partial u_k(y)} > \frac{\partial \left(\frac{[u_h(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} \right)}{\partial [u_h(y) + \delta]}. \end{aligned}$$

Avec $\delta \to 0$, pour tout $y \in \Omega$, on a :

$$\lim_{\delta \to 0} \frac{\frac{[u_k(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{[u_k(y)]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\delta} > \lim_{\delta \to 0} \frac{\frac{[u_h(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{[u_h(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\delta}$$

Cela implique que :

$$\frac{[u_k(y) + \delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{[u_h(y) + \delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{[u_h(y) + 2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} > 0. \tag{29}$$

En multipliant les deux côtés de l'inéquation (29) par α, on retrouve (27) qui est équivalent à (26) avec $\rho \neq 1$.

Posons $\rho = 1$, l'implication (26) $\Longrightarrow$ (28) devient :

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln(u_h(y)) f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln(u_h(y)) f^a(y,h) dy > 0 \\ \Longrightarrow \; & \frac{1}{u_k(y)} < \frac{1}{[u_h(y) + \delta]}. \end{aligned} \tag{30}$$

Puisque $k \leqslant h$, d'après (H2b), on a : $u_k(y) \leqslant u_h(y) + \delta$ et donc l'inéquation (30) est automatiquement vérifiée. □

Les FBES Atkinson respectent le principe des transferts d'utilité si et seulement si leur paramètre est strictement positif. On peut ainsi parler de paramètre d'aversion aux inégalités. Le résultat de la proposition 1 est bien connu et déjà présenté tacitement dans Atkinson [1970] et Roberts [1980] entre autres.

Les FBES satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 3 si et seulement si elles associent un niveau de bien-être social à la distribution $\mathbf{d}^b$ qui est supérieur à celui de $\mathbf{d}^a$, sachant que $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen d'un transfert positif d'utilité d'ordre 3. Pour des raisons qui seront présentées dans le théorème 3.1 au chapitre IV, ce principe n'est pas suffisant pour exprimer l'aversion aux inégalités. On joint donc les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 pour caractériser l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis de la population.[32] Les FBES satisfont les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 si et seulement si elles ont un paramètre strictement positif.

Proposition 2. *Si les FBES satisfont* (H2a), (H2b) *et* (A), *alors les deux assertions suivantes sont équivalentes :*
(i) les FBES satisfont les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 *et* 3 *;*
(ii) les FBES appartiennent à $\mathscr{W}_A^P$.

Démonstration. Posons $f^b = f^a + T^3(\alpha, u_{\{k,h\}}(y), \delta)$ tel que f^a, f^b sont associées respectivement à $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$, $\alpha > 0, \delta > 0, k \leqslant h$, avec $k, h \in \mathscr{H}$ et enfin $y \in \Omega$. D'après la définition 3, les FBES satisfont les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 si et seulement si :

$$W(\mathbf{d}^b) - W(\mathbf{d}^a) = \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^a(y,h) dy > 0 \tag{31}$$

$$\begin{aligned} &\iff \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) \left[f^b(y,h) - f^a(y,h) \right] dy > 0 \\ &\iff -\alpha g(u_k(y)) + 2\alpha g(u_k(y)+\delta) - \alpha g(u_k(y)+2\delta) \\ &\qquad + \alpha g(u_h(y)+\delta) - 2\alpha g(u_h(y)+2\delta) + \alpha g(u_h(y)+3\delta) > 0. \end{aligned} \tag{32}$$

En divisant les deux côtés de l'équation (32) par $\alpha\delta^2$ avec $\delta \to 0$, on a :

$$\begin{aligned} &\lim_{\delta \to 0} \frac{g^{(1)}(u_h(y)+2\delta) - g^{(1)}(u_h(y)+\delta)}{\delta} - \lim_{\delta \to 0} \frac{g^{(1)}(u_k(y)+\delta) - g^{(1)}(u_k(y))}{\delta} > 0 \\ \iff &\, g^{(2)}(u_k(y)) < g^{(2)}(u_h(y)+\delta). \end{aligned} \tag{33}$$

$[(i) \implies (ii)]$
Posons $\rho \neq 1$, l'implication (31) $\implies$ (33) devient :

$$\begin{aligned} &\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^a(y,h) dy > 0 \\ \implies &\frac{-\rho}{u_k(y)^{1+\rho}} < \frac{-\rho}{[u_h(y)+\delta]^{1+\rho}} \\ \iff &u_k(y)^{1+\rho} < [u_h(y)+\delta]^{1+\rho} \end{aligned}$$

32. Les FBES satisfont les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 si et seulement si elles associent un niveau de bien-être social à $\mathbf{d}^b$ qui est supérieur à celui de $\mathbf{d}^a$, sachant que $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen d'un transfert positif d'utilité d'ordre 2 ou 3, inter- ou intra-type de ménage.

$$\begin{aligned}
&\iff \frac{u_k(y)}{u_h(y)+\delta} < \left(\frac{u_h(y)+\delta}{u_k(y)}\right)^{\rho} \\
&\iff \ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y)+\delta}\right) < \rho \ln\left(\frac{u_h(y)+\delta}{u_k(y)}\right) \\
&\iff \rho > \frac{\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y)+\delta}\right)}{\ln\left(\frac{u_h(y)+\delta}{u_k(y)}\right)} \\
&\iff \rho > -1.
\end{aligned}$$

Si les FBES satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 3, alors $\rho > -1$.[33] Donc, d'après la proposition 1, si les FBES respectent les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3, alors $\rho > 0$.

$[(ii) \Longrightarrow (i)]$

Puisque $k < h$, d'après la condition (H2b), nous avons $u_k(y) < u_h(y) + \delta$. En posant $\rho \neq 1$ et $\rho > 0$, alors :

$$\begin{aligned}
& u_k(y)^{\rho} < [u_h(y)+\delta]^{\rho} \\
\iff & \frac{1}{u_k(y)^{\rho}} > \frac{1}{[u_h(y)+\delta]^{\rho}} \\
\iff & \frac{1}{u_h(y)^{\rho}} > \frac{1}{[u_q(y)+\delta]^{\rho}} \qquad (34) \\
\Longrightarrow & \frac{1}{u_h(y) \times u_h(y)^{\rho}} > \frac{1}{[u_q(y)+\delta] \times [u_q(y)+\delta]^{\rho}}. \qquad (35)
\end{aligned}$$

Posons $\rho > 0$, alors :

$$\frac{-\rho}{u_h(y)^{1+\rho}} < \frac{-\rho}{[u_q(y)+\delta]^{1+\rho}}. \qquad (36)$$

33. L'objectif est de caractériser l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Pour cela, il faut d'abord postuler l'aversion aux inégalités, *i.e.* le respect du principe des transferts d'utilité d'ordre 2. C'est la raison pour laquelle on détermine l'ensemble de valeurs du paramètre ρ pour lesquelles les FBES (A) respectent les principes des transferts d'ordres 2 et 3, et non seulement d'ordre 3.

Sachant que $\frac{-\rho}{u_k(y)^{1+\rho}} = \frac{\partial^2 \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_k(y)]^2}$ pour tout $y \in \Omega$ et pour tout $k \in \mathscr{H}$, avec $\delta \to 0$, nous avons :

$$
\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_k(y)]^2} < \frac{\partial^2 \frac{[u_q(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_q(y)+\delta]^2} \\
\Longrightarrow\ & \frac{\frac{\partial \frac{[u_k(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_k(y)+\delta]} - \frac{\partial \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial u_k(y)}}{\delta} < \frac{\frac{\partial \frac{[u_q(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_q(y)+2\delta]} - \frac{\partial \frac{[u_q(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial [u_q(y)+\delta]}}{\delta} \\
\Longrightarrow\ & \frac{-[u_k(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{2[u_k(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{[u_k(y)]^{1-\rho}}{1-\rho} \\
& + \frac{[u_q(y)+3\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{2[u_q(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{[u_q(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} > 0.
\end{aligned}
$$

Puisque $\alpha > 0$, alors :

$$
\begin{aligned}
& \frac{-\alpha[u_k(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{2\alpha[u_k(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{\alpha[u_k(y)]^{1-\rho}}{1-\rho} \\
& + \frac{\alpha[u_q(y)+3\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{2\alpha[u_q(y)+2\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{\alpha[u_q(y)+\delta]^{1-\rho}}{1-\rho} > 0.
\end{aligned} \tag{37}
$$

L'inéquation (37) est l'adaptation de (32) lorsque les FBES sont de type (A) et $\rho \neq 1$. A partir de l'équivalence entre (32) et (31), nous avons :

$$
\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^b(y,h)dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^a(y,h)dy > 0.
$$

Si $\rho > 0$ et $\rho \neq 1$, alors les FBES respectent les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3.

Posons $\rho = 1$, l'implication (31) $\Longrightarrow$ (33) devient :

$$
\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln u_h(y) f^b(y,h)dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \ln u_h(y) f^a(y,h)dy > 0 \\
\Longrightarrow\ & \frac{-1}{u_k(y)^2} < \frac{-1}{[u_h(y)+\delta]^2} \\
\Longleftrightarrow\ & \frac{1}{u_k(y)^2} > \frac{1}{[u_h(y)+\delta]^2} \\
\Longrightarrow\ & u_k(y) < u_h(y) + \delta.
\end{aligned}
$$

Ce qui est automatiquement vérifié par (H2b). □

Toutes les fonctions de type (A) qui sont prioritaristes (*i.e.* qui satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 2) respectent le principe des transferts d'utilité d'ordre 3. Autrement dit, nous ne pouvons pas proposer une condition sur ρ qui caractérise une classe de FBES qui respectent le principe d'ordre 2 et une autre condition plus restrictive qui caractériserait une sous-classe stricte de FBES qui respecteraient les principes d'ordres 2 et 3.

Les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 restent muets lorsqu'un transfert modifie le niveau total d'utilité de la population. Ils ne sont pas pertinents pour délibérer lorsqu'on cherche à mêler une réduction des inégalités et une perte d'efficacité dans le même débat. Néanmoins, on pourrait estimer que plus un délibérateur est disposé à sacrifier un montant important d'utilité totale pour réduire les inégalités entre les ménages, plus il est averse aux inégalités. Ce type de jugement de valeur est représenté par les principes des transferts proportionnels. Le *principe des transferts proportionnels d'utilité ex post* postule qu'un transfert proportionnel d'utilité *ex post* augmente le bien-être social.

Définition 10. Principe des transferts proportionnels d'utilité ex post. *Pour toutes distributions* $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$*. Si la distribution* $\mathbf{d}^b$ *est obtenue à partir de* $\mathbf{d}^a$ *par un transfert proportionnel d'utilité ex post, alors :*

$$W(\mathbf{d}^b) > W(\mathbf{d}^a).$$

Le principe des transferts proportionnels d'utilité *ex post* représente un degré d'aversion aux inégalités supérieur à celui exprimé par le principe des transferts d'utilité d'ordre 2. Les fonctions de type (A) satisfont le principe des transferts proportionnels d'utilité *ex post* si et seulement si elles ont un paramètre ρ supérieur ou égal à un. Cette équivalence est énoncée dans la proposition 3 ci-dessous dans laquelle $\mathscr{W}_A^{PEP}$ est l'ensemble défini comme suit :

$$\mathscr{W}_A^{PEP} := \{W \text{ respecte (A)} \mid \rho \geqslant 1\}.$$

Proposition 3. *Si les FBES satisfont* (H2a), (H2b) *et* (A), *alors les deux assertions suivantes sont équivalentes :*
(i) les FBES satisfont le principe des transferts proportionnels d'utilité ex post ;
(ii) les FBES appartiennent à $\mathscr{W}_A^{PEP}$.

Démonstration. Fleurbaey et Michel [2001, pp. 7-8] démontrent que des FBES additivement séparables telles que $\sum_i^n m(x_i)$ satisfont le principe des transferts proportionnels *ex post* si et seulement s'il y a une fonction $v : \mathbb{R}_{--} \to \mathbb{R}$ concave telle que $m(x) = v(\ln(x))$.

Nous remplaçons $m(x)$ par $g(u_h(x))$. Ainsi, pour tout $h \in \mathscr{H}$ et pour tout $x \in \Omega$, on a :

$$g(u_h(x)) =: v\left(\ln(u_h(x))\right).$$

Autrement dit, $v(\tau) = g\left(e^{\tau}\right)$ avec $\tau = \ln(u_h(x))$. Supposons que les FBES soient de type (A) et que $\rho \neq 1$, donc :

$$v(\tau) = \frac{\left(e^{\tau}\right)^{1-\rho}}{1-\rho} = \frac{e^{\tau[1-\rho]}}{1-\rho}.$$

La fonction v est concave si et seulement si :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \left(\frac{e^{\tau[1-\rho]}}{1-\rho}\right)}{\partial \tau^2} \leqslant 0 \\ \iff & \frac{\partial \left(\frac{(1-\rho)e^{\tau[1-\rho]}}{1-\rho}\right)}{\partial \tau} \leqslant 0 \\ \iff & (1-\rho)e^{\tau[1-\rho]} \leqslant 0 \\ \iff & 1-\rho \leqslant 0 \\ \iff & \rho \geqslant 1. \end{aligned}$$

De plus, pour tout $h \in \mathscr{H}$ et pour tout $x \in \Omega$, la valeur éthique de $u_h(x)$ est $\ln\left(u_h(x)\right)$ lorsque $\rho = 1$. Ce cas nous ramène à avoir $v^{(2)} = 0$, donc v est concave au sens large.

□

Le *principe des transferts proportionnels d'utilité* postule qu'un transfert augmente le bien-être social s'il réduit les inégalités mais engendre potentiellement plus de perte totale que le transfert proportionnel d'utilité *ex post*. Ce principe est plus fort que le principe des transferts proportionnels d'utilité *ex post*.

Définition 11. Principe des transferts proportionnels d'utilité. *Pour toutes distributions* $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^c \in \mathscr{D}$. *Si la distribution* $\mathbf{d}^c$ *est obtenue à partir de* $\mathbf{d}^a$ *par un transfert proportionnel d'utilité, alors :*

$$W(\mathbf{d}^c) > W(\mathbf{d}^a).$$

Le principe des transferts proportionnels d'utilité représente formellement un degré supérieur d'aversion aux inégalités que celui exprimé par le principe des transferts proportionnels d'utilité *ex post*. Les fonctions de type (A) satisfont le principe des transferts proportionnels d'utilité si et seulement si le paramètre ρ est strictement supérieur à deux. L'équivalence est énoncée dans la proposition 4 ci-dessous dans laquelle l'ensemble $\mathscr{W}_A^{PP}$ est défini comme :

$$\mathscr{W}_A^{PP} := \{W \text{ respecte (A)} \mid \rho > 2\}.$$

Proposition 4. *Si les FBES satisfont* (H2a), (H2b) *et* (A), *alors les deux assertions suivantes sont équivalentes :*

(*i*) *les FBES satisfont le principe des transferts proportionnels d'utilité ;*

(*ii*) *les FBES appartiennent à* $\mathscr{W}_A^{PP}$.

Démonstration. Fleurbaey et Michel [2001, pp. 5-7] démontrent que des FBES additivement séparables telles que $\sum_i^n m(x_i)$ satisfont le principe des transferts proportionnels si et seulement s'il y a une fonction $v : \mathbb{R}_{--} \to \mathbb{R}$ strictement concave telle que $m(x) = v\left(\frac{-1}{x}\right)$.

Nous remplaçons $m(x)$ par $g(u_h(x))$. Ainsi, pour tout $h \in \mathscr{H}$ et pour tout $x \in \Omega$, on a :

$$g(u_h(x)) =: v\left(\frac{-1}{u_h(x)}\right).$$

Autrement dit, $v(\tau) = g\left(\frac{-1}{\tau}\right)$ avec $\tau = \frac{-1}{u_h(x)}$. Supposons que les FBES soient de type (A) et que $\rho \neq 1$, donc :

$$\begin{aligned} v(\tau) &= \frac{\left(-\frac{1}{\tau}\right)^{1-\rho}}{1-\rho} \\ \iff v(\tau) &= \frac{\left(-\tau^{-1}\right)^{1-\rho}}{1-\rho} \\ \iff v(\tau) &= \frac{-\tau^{\rho-1}}{1-\rho}. \end{aligned}$$

La fonction v est strictement concave si et seulement si :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2\left(\frac{-\tau^{\rho-1}}{1-\rho}\right)}{\partial\tau^2} < 0 \\ \iff &\frac{\partial\left(\frac{-(1-\rho)(-\tau)^{\rho-2}}{1-\rho}\right)}{\partial\tau} < 0 \\ \iff &\frac{\partial\tau^{\rho-2}}{\partial\tau} < 0 \\ \iff &(\rho-2)\tau^{\rho-3} < 0. \end{aligned}$$

Sachant que $-\frac{1}{u_h(x)} \in \mathbb{R}_{--}$, alors $\tau \in \mathbb{R}_{--}$, on a :

$$\rho > 2.$$

□

L'ensemble $\mathscr{W}_A^{P}$ comprend toutes les fonctions Atkinson qui expriment l'aversion aux inégalités à un degré tel qu'une perte ou un gain d'utilité totale inhérent à la redistribution n'est pas envisagé. Ces fonctions sont prioritaristes. L'ensemble $\mathscr{W}_A^{PEP}$ forme une sous-classe de $\mathscr{W}_A^{P}$, les fonctions Atkinson sont prioritaristes et elles expriment une disposition à perdre de l'utilité totale pour réduire les inégalités. Enfin, l'ensemble $\mathscr{W}_A^{PP}$ comprend des fonctions Atkinson exprimant une disposition à perdre un montant supérieur d'utilité totale que les FBES dans $\mathscr{W}_A^{PEP}$ pour réduire les inégalités. Ainsi, $\mathscr{W}_A^{PP} \subseteq \mathscr{W}_A^{PEP} \subseteq \mathscr{W}_A^{P}$. Plus le paramètre ρ est élevé, plus les FBES de type (A) semblent disposées à perdre un montant important d'utilité totale pour réduire les inégalités.

Un principe peut aussi bien se rattacher à un ordre précis de transferts de revenus. Par exemple, le principe des transferts de revenus d'ordre 2 (resp. 3) énonce qu'un transfert positif de revenus d'ordre 2 (resp. 3) entre différents types de ménages ou non, améliore le bien-être social. La définition 12 ci-dessous englobe les deux principes de transfert.

Définition 12. Principe des transferts de revenus d'ordre s entre ménages de types différents ou non. *Pour toutes distributions* $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^c \in \mathscr{D}$, *pour tout* $y \in \Omega$, *étant donnés deux types de ménage* k *et* $h \in \mathscr{H}$ *tels que* $k \leqslant h$, *les FBES satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre s entre ménages de types différents ou non si et seulement si :*

$$(\text{ITP}^s) \qquad [f^c = f^a + T^s(\alpha, y, \delta, k, h)] \Longrightarrow [W(\mathbf{d}^c) > W(\mathbf{d}^a)]\,, s \in \{2, 3\}.$$

Les FBES satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre 2 si et seulement si elles associent un niveau de bien-être social à la distribution $\mathbf{d}^b$ qui est supérieur à celui de $\mathbf{d}^a$, sachant que $\mathbf{d}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{d}^a$ au moyen d'un transfert positif de revenus d'ordre 2. Les FBES Atkinson satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre 2 si et seulement si elles ont un paramètre ρ qui est strictement supérieur à une borne qui, elle, est inférieure ou égale à zéro. Cette équivalence est énoncée dans la proposition 5 ci-dessous dans laquelle $\mathscr{W}_A^{P*}$ est la classe des fonctions Atkinson définie comme :

$$\mathscr{W}_A^{P*} := \left\{ W \text{ respecte (A)} \mid \rho > \rho_2^* \text{ avec } \rho_2^* := \sup_{y,\delta,k\leqslant h} \frac{\ln\left(\frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)}\right)}{\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right)} \leqslant 0 \right\}.$$

Proposition 5. *Si les FBES satisfont* (H2a), (H2b) *et* (A), *alors les deux asserions suivantes sont équivalentes :*
(*i*) *les FBES satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre* 2 *entre ménages de types différents ou non ;*
(*ii*) *les FBES appartiennent à* $\mathscr{W}_A^{P*}$.

Démonstration. Posons $f^b = f^a + T^2(\alpha, y, \delta, k, h)$ tel que f^a, f^b sont associées respectivement à $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^b \in \mathscr{D}$, $\alpha > 0, \delta > 0, k \leqslant h$ avec $k, h \in \mathscr{H}$ et enfin $y \in \Omega$. D'après la définition 7, la FBES satisfait le principe des transferts de revenus d'ordre 2 si et seulement si :

$$
\begin{aligned}
& W(\mathbf{d^b}) - W(\mathbf{d^a}) > 0 \\
\iff & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^a(y,h) dy > 0 \qquad (38) \\
\iff & \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) \left[f^b(y,h) - f^a(y,h) \right] dy > 0 \\
\iff & - \alpha g(u_k(y)) + \alpha g(u_k(y+\delta)) + \alpha g(u_h(y+\delta)) - \alpha g(u_h(y+2\delta)) > 0. \qquad (39)
\end{aligned}
$$

En divisant les deux côtés de l'équation (39) par $\alpha\delta$ avec $\delta \to 0$, on a :

$$
\begin{aligned}
& g \circ u_k^{(1)}(y) > g \circ u_h^{(1)}(y+\delta) \\
\iff & g^{(1)}(u_k(y)) u_k^{(1)}(y) > g^{(1)}(u_h(y+\delta)) u_h^{(1)}(y+\delta). \qquad (40)
\end{aligned}
$$

$[(i) \Longrightarrow (ii)]$

Posons $\rho \neq 1$, l'implication (38) $\Longrightarrow$ (40) devient :

$$
\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^b(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} f^a(y,h) dy > 0 \\
\Longrightarrow & \frac{1}{u_k(y)^\rho} u_k^{(1)}(y) > \frac{1}{u_h(y+\delta)^\rho} u_h^{(1)}(y+\delta) \\
\Longrightarrow & \left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)} \right)^\rho < \frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)} \\
\Longrightarrow & \rho \ln \left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)} \right) < \ln \left(\frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)} \right).
\end{aligned}
$$

A partir de (H2a) et (H2b), nous avons $u_k^{(1)} > 0$ et $u_k^{(1)} > 0$ et $u_k(y) \leqslant u_h(y)$, donc $u_k(y) < u_h(y+\delta)$. Ainsi, $\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right) < 0$, ce qui implique :

$$
\rho > \frac{\ln\left(\frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)}\right)}{\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right)}, \ \forall y \in \Omega, \forall k, h \in \mathscr{H} \text{ tels que } k \leqslant h, \delta > 0.
$$

$[(ii) \Longrightarrow (i)]$

Posons $\rho \neq 1$ et supposons $\rho > \frac{\ln\left(\frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)}\right)}{\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right)}$ pour tout $y \in \Omega$, pour tous $k, h \in \mathscr{H}$ tels que $k \leqslant h$ et $\delta > 0$. Puisque $\ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right) \leqslant 0$, alors :

$$\begin{aligned}
&\rho \ln\left(\frac{u_k(y)}{u_h(y+\delta)}\right) < \ln\left(\frac{u_k^{(1)}(y)}{u_h^{(1)}(y+\delta)}\right) \\
\Longrightarrow\ &\frac{1}{u_k(y)^\rho} u_h^{(1)}(y) > \frac{1}{u_h(y+\delta)^\rho} u_h^{(1)}(y+\delta) \\
\Longrightarrow\ &\frac{\partial \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial y} > \frac{\partial \frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\partial (y+\delta)}.
\end{aligned} \tag{41}$$

Avec $\delta \to 0$, pour tout $y \in \Omega$:

$$\begin{aligned}
&\lim_{\delta \to 0} \frac{\frac{u_k(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\delta} > \lim_{\delta \to 0} \frac{\frac{u_h(y+2\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho}}{\delta} \\
\Longrightarrow\ &\frac{u_k(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho} + \frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \frac{u_h(y+2\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} > 0 \\
\Longleftrightarrow\ &\alpha \frac{u_k(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \alpha \frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho} + \alpha \frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} - \alpha \frac{u_h(y+2\delta)^{1-\rho}}{1-\rho} > 0.
\end{aligned}$$

On retrouve (39) qui est équivalent à (38) avec $\rho \neq 1$.

Enfin, nous avons déjà prouvé que $\rho = 1$ est suffisant pour que les FBES respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2 ; ce qui conclut la preuve. □

Le signe de la borne ρ_2^* indique que l'ensemble $\mathscr{W}_A^{P*}$ est au moins aussi grand que $\mathscr{W}_A^P$. D'après la proposition 5, les FBES Atkinson qui satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2. En outre, les FBES (A) qui satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre 2 ne respectent pas nécessairement le principe des transferts d'utilité d'ordre 2. Autrement dit, les FBES dans $\mathscr{W}_A^{P*}$ n'expriment pas nécessairement l'aversion aux inégalités bien qu'elles considèrent une réduction des inégalités de revenus comme une amélioration du bien-être social.

Les FBES satisfont les principes des transferts de revenus d'ordres 2 et 3 si et seulement si elles associent un niveau de bien-être social à la distribution $\mathbf{d}^b$ qui est supérieur à celui de $\mathbf{d}^a$ au moyen d'un transfert positif de revenus d'ordre 2 ou 3. La condition nécessaire pour que les fonctions Atkinson respectent ces principes est ininterprétable. La proposition 1, qui figure en annexe, présente cette condition. Il est impossible de savoir si le respect des principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 implique le respect des principes des transferts de revenus d'ordres correspondants.

5 Conclusion

L'objectif principal était de proposer un cadre informationnel qui n'entrave pas l'exposé des jugements de valeur distributifs, *i.e.* qui n'évince pas des FBES exprimant des jugements distributifs différents des FBES éligibles. Nous avons démontré qu'un partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en sous-ensembles $\mathscr{S}^{exp}(\cdot, CNDR)$ dont les fonctions d'utilité sont définies à une transformation linéaire strictement croissante près est suffisant pour comparer les différences faibles d'utilité transformée. Ainsi, ce cadre informationnel fait émerger des FBES de type Atkinson. Ces FBES font la somme des utilités des ménages transformées par un paramètre de jugements distributifs. Les valeurs du paramètre de la fonction Atkinson représentent divers degrés d'aversion aux inégalités tels que proposés par Fleurbaey et Michel [2001]. En effet, les FBES respectent le principe des transferts proportionnels d'utilité *ex post* si et seulement si leur paramètre est supérieur ou égal à un. De plus, les FBES respectent le principe des transferts proportionnels d'utilité si et seulement si leur paramètre est supérieur à deux. Les transferts proportionnels engendrent potentiellement une perte maximale de l'utilité totale plus grande que celle engendrée par les transferts proportionnels d'utilité *ex post*, à proportion transférée donnée. Ainsi, plus la valeur du paramètre est élevée, plus les FBES sont disposées à perdre de l'utilité totale pour réduire les inégalités d'utilité.

Le résultat marquant qui est offert par le cadre informationnel posé relève de l'interaction entre principes des transferts d'utilité et principes des transferts de revenus. En effet, les FBES de $\mathscr{W}_A^{P*}$ respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2 mais n'expriment pas forcément l'aversion aux inégalités. Si tel est le cas, les FBES appartiennent au sous-ensemble $\mathscr{W}_A^{P*} \setminus \mathscr{W}_A^P$ (*cf.* les deux premières lignes, première colonne du Tableau 1). Le sous-ensemble $\mathscr{W}_A^{P*} \setminus \mathscr{W}_A^P$ est déterminé par la valeur de la borne ρ_2^* : si les ménages concernés par n'importe quel transfert de revenus d'ordre 2 ont une utilité marginale identique, alors $\rho_2^* = 0$. Dans ce cas, $\mathscr{W}_A^{P*} \setminus \mathscr{W}_A^P$ est un ensemble vide : toutes les fonctions Atkinson qui respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2 expriment l'aversion aux inégalités. Ce cas de figure est possible à condition que les ménages aient tous la même utilité marginale constante quels que soient leurs besoins et leur niveau de revenus, ce qui n'est guère plausible. En outre, si les ménages concernés par n'importe quel transfert de revenus d'ordre 2 ont une utilité marginale différente (*cf.* (H2a)), et si les niveaux d'utilité, à revenu donné, sont différents selon les besoins (*cf.* (H2b)), alors $\rho_2^* < 0$ et l'ensemble $\mathscr{W}_A^{P*} \setminus \mathscr{W}_A^P$ n'est pas vide.

Tableau II.1- Interactions entre principes des transferts d'utilité et de revenus.

				Principe des transferts de revenus d'ordre 2	
				Respect	Non-respect
Principe des transferts d'utilité d'ordre 2	Non-respect	Principe des transferts d'utilité d'ordre 3	Non-respect	$\mathscr{W}_A^{P*} \setminus \mathscr{W}_A^{P} \cup \mathscr{W}_A^{P_3}$ avec $\mathscr{W}_A^{P_3} := \{W_A \mid -1 < \rho \leqslant 0\}$	$\overline{\mathscr{W}_A^{P*}} \cap \overline{\mathscr{W}_A^{P_3}}$
			Respect	$\mathscr{W}_A^{P_3}$ *cf.* proposition 2	$\mathscr{W}_A^{P_3*} := \{W_A \mid -1 < \rho \leqslant \rho_2^*\}.$
	Respect		Non-resp.	$\emptyset$	$\emptyset$
			Respect	$\mathscr{W}_A^{P}$	$\emptyset$

D'une part, le partitionnement de $\mathscr{U}^H$ en $\mathscr{U}_{exp}^{CNDR}$ offre certaines limites pour étudier divers jugements autres que l'aversion plus forte aux inégalités selon Fleurbaey et Michel [2001]. D'autre part, le cadre d'étude rend impossible l'étude des interactions entre principes des transferts d'utilité et de revenus d'ordres supérieur à 2.

La littérature méta-éthique met en évidence un débat concernant la définition des jugements de valeur pour établir la nature des évaluations telles que le classement des distributions hétérogènes. Pour les cognitivistes, la définition des jugements de valeur laisse la place à des évaluations factuelles, *i.e.* des *jugements de fait éthique.* [34] Le classement d'un ensemble de distributions $\mathscr{D}$ est un jugement de fait éthique si et seulement si un ensemble de délibérateurs propose le même classement. S'il n'y a pas convergence des classements, alors ceux-ci sont des jugements de valeur. Les cognitivistes Railtonniens définissent l'ensemble des délibérateurs comme la population $\mathscr{P}$ pour laquelle est établi le classement. Un classement de $\mathscr{D}$ est un *jugement de fait éthique Railtonnien* si et seulement si tous les individus de $\mathscr{P}$, en position de délibérateur, proposent le même classement. D'autres cognitivistes (que nous nommerons non-Railtonniens par simplicité) définissent l'ensemble des délibérateurs comme une sous-population de $\mathscr{P}$ pour laquelle est établi le classement. Un classement de $\mathscr{D}$ est un *jugement de fait éthique*

34. Voir chapitre I, section 3.

non-Railtonnien si et seulement si tous les individus d'un sous-ensemble donné de $\mathscr{P}$, en position de délibérateur, proposent le même classement. Ainsi, si un jugement de fait éthique est Railtonnien, alors il est non-Railtonnien, mais la réciproque est fausse. A partir des résultats du chapitre, la classe de fonctions Atkinson prioritaristes $\mathscr{W}_A^P$ propose un classement de $\mathscr{D}$ qui est un jugement de fait éthique Railtonnien si et seulement si tous les individus de $\mathscr{P}$ sont averses aux inégalités (*i.e.* respectent le principe des transferts d'utilité d'ordre 2). En outre, le classement de $\mathscr{D}$ établi par la classe des fonctions Atkinson $\mathscr{W}_A^{P*}$ (qui respecte le principe des transferts de revenus d'ordre 2) est un jugement de fait éthique Railtonnien si et seulement si $\mathscr{P}$ contient des individus averses aux inégalités, ou potentiellement neutres vis-à-vis des inégalités voire modérément averses à l'égalité. Il suffit qu'au moins un individu de $\mathscr{P}$ ne soit pas averse aux inégalités et le classement de $\mathscr{D}$ établi par $\mathscr{W}_A^P$ n'est pas un jugement de fait éthique Railtonnien. En ce sens, le classement de $\mathscr{D}$ établi par $\mathscr{W}_A^{P*}$ a plus de chances d'être un jugement de fait éthique Railtonnien (et donc non-Railtonnien) que celui établi par $\mathscr{W}_A^P$. Le premier classement est dit plus flexible au plan méta-éthique que le second car celui-là est cohérent avec un ensemble de définitions des jugements de fait au moins aussi large que celui-ci.

Dans des recherches à venir, il pourrait être intéressant de confirmer l'interprétation que nous proposons du paramètre ρ. En introduisant une généralisation des principes des transferts proportionnels, on pourrait peut-être confirmer que plus la valeur de ρ est importante, plus on tolère de perdre un grand montant d'utilité totale au profit d'une réduction des inégalités d'utilité. L'étude des interactions entre principes des transferts proportionnels d'utilité et de revenus pourrait aussi nous mener à des résultats tels que ceux de la proposition 5. Cependant, l'objet de la thèse est centré sur une autre définition du degré d'aversion aux inégalités que celle retenue par Fleurbaey et Michel [2001]. On essaie d'y caractériser le degré d'aversion aux inégalités par l'importance accordée aux moins bien lotis par rapport aux autres dans $\mathscr{P}$. C'est la raison pour laquelle l'étude se focalise sur les principes des transferts d'ordres supérieurs à 2.

Dans le chapitre suivant, la thèse contourne les limites dues à l'usage d'un paramètre de jugements de valeur distributifs en libérant le cadre d'étude des considérations sur le cadre informationnel. Les résultats généralisent la citation de Nagel en introduction.

6 Annexes

Démonstration. Proposition 7.

[$\Rightarrow$]

Soient $U, V \in \mathscr{U}^H$. Les profils U et V appartiennent à $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD)$, pour tout $U \in \mathscr{U}^H$ tel que $\mathscr{S}^{exp}(U, CND - MD) = \mathscr{S}^{exp}(U, G[CD_f])$ si et seulement si $\forall h \in \mathscr{H}$ et $\forall x \in \Omega$:

$$\begin{aligned} g(v_h(x)) &= g\left(u_h(x) + B\right) \\ &= g\left(g^{-1}\left(ag(u_h(x)) + b_h\right)\right) = ag(u_h(x)) + b_h \text{ avec } a \in \mathbb{R}_{++} \text{ et } B, b_h \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{42}$$

On peut résoudre l'équation fonctionnelle (42) par deux types de substitution. Le premier type consiste à poser $\varpi(B) := a$ et $f(u_h(x)) := g(u_h(x)) + \frac{b_h}{a}$. L'équation (42) devient :

$$g\left(u_h(x) + B\right) = f(u_h(x))\varpi(B) \text{ avec } \varpi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{++} \text{ et } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}. \tag{43}$$

Le second type de substitution consiste à poser $\vartheta_h(B) = b_h$ et $\psi(u_h(x)) = ag(u_h(x))$. L'équation (42) devient :

$$g\left(u_h(x) + B\right) = \psi(u_h(x)) + \vartheta(B) \text{ avec } \vartheta : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ et } \psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}. \tag{44}$$

L'équation fonctionnelle (43) est une équation de Pexider telle que présentée dans Aczél [1966, p. 143]. L'équation fonctionnelle (44) est une équation de Pexider telle que présentée dans Aczél [1966, pp. 141-142].

Pour résoudre l'équation (43), on pose premièrement : $u_h(x) = 0$ et $B = \tau$:

$$g(\tau) = f(0)\varpi(\tau).$$

Posons $f(0) =: \alpha \neq 0$, on obtient :

$$\varpi(\tau) = \frac{g(\tau)}{\alpha}. \tag{45}$$

Nous posons désormais $u_h(x) = \tau$ et $B = 0$, on a :

$$g(\tau) = f(\tau)\varpi(0).$$

Posons $\varpi(0) =: \beta \neq 0$, on obtient :

$$f(\tau) = \frac{g(\tau)}{\beta}. \tag{46}$$

A partir de (45) et (46), on a :

$$g(u_h(x) + B) = \frac{g(u_h(x))g(B)}{\alpha\beta}. \tag{47}$$

En posant $\phi(\tau) := \frac{g(\tau)}{\alpha\beta}$ et à partir de (47) :

$$\phi(u_h(x) + B) = \phi(u_h(x))\phi(B),$$

dont la solution est $\phi(\tau) = e^{c\tau}$, $c \in \mathbb{R}$. Donc, les solutions de (43) sont :

$$g(\tau) = \alpha\beta e^{c\tau};\ f(\tau) = \alpha e^{c\tau};\ \varpi(\tau) = \beta e^{c\tau}.$$

Enfin, g est strictement croissante si $\mathrm{sgn}(\alpha\beta) = \mathrm{sgn}(c)$.

Pour résoudre l'équation (44), on pose premièrement : $u_h(x) = 0$ et $B = \tau$, on a :

$$g(\tau) = \psi(0) + \vartheta_h(\tau).$$

Posons $\psi(0) =: a_2$, on a :

$$\vartheta_h(\tau) = g(\tau) - a_2. \tag{48}$$

Nous posons désormais $u_h(x) = \tau$ et $B = 0$, on a :

$$g(\tau) = \psi(\tau) + \vartheta_h(0).$$

Posons $\vartheta_h(0) =: b_2$, on a :

$$\psi(\tau) = g(\tau) - b_2. \tag{49}$$

A partir de (48) et (49), on a :

$$g(u_h(x) + B) = g(B) - b_2 + g(u_h(x)) - a_2. \tag{50}$$

En posant $\phi(\tau) := g(\tau) - b_2 - a_2$ et à partir de (50), on a :

$$\phi(u_h(x) + B) = \phi(A) + \phi(u_h(x)),$$

dont la solution de cette équation de Cauchy est $\phi(\tau) = \gamma\tau$. Donc, les solutions de (44) sont :

$$g(\tau) = \gamma\tau + a_2 + b_2; f(\tau) = \gamma\tau + a_2; \vartheta_h(\tau) = \gamma\tau + b_2$$

g est strictement croissante si $\gamma > 0$. Ce qui conclut la démonstration de l'implication énoncée dans la proposition. $\square$

Proposition 1. *On postule (H2a), (H2b) et les FBES sont de type (A). Pour tous $k, h \in \mathscr{H}$ tels que $k \leqslant h$, pour tout $y \in \Omega$ et $\delta > 0$, si (i) les FBES satisfont les principes des transferts de revenus d'ordre 2 et 3 entre ménages de types différents ou non, alors :*
(ii) $\frac{-\rho}{u_k(y)^{1+\rho}}[u_k^{(1)}(y)]^2 + \frac{u_k^{(2)}(y)}{u_k(y)^\rho} < \frac{-\rho}{u_h(y+\delta)^{1+\rho}}[u_h^{(1)}(y+\delta)]^2 + \frac{u_h^{(2)}(y+\delta)}{u_h(y+\delta)^\rho}$.

Démonstration. Posons $f^c = f^a + T^3(\alpha, y, \delta, k, h)$ tel que f^a, f^c sont associées respectivement à $\mathbf{d}^a, \mathbf{d}^c \in \mathscr{D}$; $\delta > 0; k \leqslant h$, avec $k, h \in \mathscr{H}$ et enfin $y \in \Omega$. D'après la définition 7, les FBES satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre 3 si et seulement si :

$$\sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^c(y,h) dy - \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) f^a(y,h) dy > 0 \tag{51}$$

$$\iff \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} g(u_h(y)) \left[f^c(y,h) - f^a(y,h)\right] dy > 0$$

$$\begin{aligned}\iff & -\alpha g(u_k(y)) + 2\alpha g(u_k(y+\delta)) - \alpha g(u_k(y+2\delta)) \\ & + \alpha g(u_h(y+\delta)) - 2\alpha g(u_h(y+2\delta)) + \alpha g(u_h(y+3\delta)) > 0.\end{aligned} \tag{52}$$

En divisant les deux côtés de l'équation (52) par $\alpha\delta^2$ avec $\delta \to 0$, on a :

$$\lim_{\delta\to 0} \frac{g \circ u_h^{(1)}(y+2\delta) - g \circ u_h^{(1)}(y+\delta)}{\delta} - \lim_{\delta \to 0} \frac{g \circ u_k^{(1)}(y+\delta) - g \circ u_k^{(1)}(y)}{\delta} > 0$$

$$\iff g \circ u_k^{(2)}(y) < g \circ u_h^{(2)}(y+\delta). \tag{53}$$

$[(i) \implies (ii)]$ Posons $\rho \neq 1$, l'implication entre (51) et (53) devient :

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^{H} \int_0^{y_{\max}} \frac{u_h(y)^{1-\rho}}{1-\rho} \left[f^c(y,h) - f^a(y,h)\right] dy > 0 \\
\implies & \frac{\partial^2 \left(\frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial y^2} < \frac{\partial^2 \left(\frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial (y+\delta)^2} \\
\iff & \frac{\partial^2 \left(\frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial u_k(y)^2} \left[u_k^{(1)}(y)\right]^2 + \frac{\partial \left(\frac{u_k(y)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial u_k(y)} u_k^{(2)}(y) < \\
& \frac{\partial^2 \left(\frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial u_h(y+\delta)^2} \left[u_h^{(1)}(y+\delta)\right]^2 + \frac{\partial \left(\frac{u_h(y+\delta)^{1-\rho}}{1-\rho}\right)}{\partial u_h(y+\delta)} u_h^{(2)}(y+\delta) \\
\iff & \frac{-\rho}{u_k(y)^{1+\rho}}[u_k^{(1)}(y)]^2 + \frac{u_k^{(2)}(y)}{u_k(y)^\rho} < \frac{-\rho}{u_h(y+\delta)^{1+\rho}}[u_h^{(1)}(y+\delta)]^2 + \frac{u_h^{(2)}(y+\delta)}{u_h(y+\delta)^\rho},
\end{aligned}$$

pour tout $y \in \Omega$, pour tous $k, h \in \mathscr{H}$ tels que $k \leqslant h$ et $\delta > 0$. $\square$

Chapitre III

Principes des transferts d'utilité et de revenus généralisés

1 Introduction

Le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton est la pierre angulaire de la littérature sur la mesure des inégalités de revenus. En effet, ledit principe est un axiome à la base de tous les indices d'inégalités proposés dans cette littérature. Cependant, comme suggéré par Adler [2012], le principe des transferts de Pigou-Dalton pourrait être défini sur les utilités plutôt que sur les revenus ; auquel cas, il caractérise l'aversion aux inégalités dans un cadre welfariste. Ce principe est une propriété importante des FBES prioritaristes. Mais si le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton caractérise l'aversion aux inégalités, quel est le jugement de valeur distributif présenté par le principe des transferts de revenus correspondant ? [1]

Pour répondre à cette question, et, plus généralement, pour pouvoir analyser les interactions entre principes des transferts de revenus et d'utilité, il est souhaitable de poser un cadre informationnel qui n'entrave pas l'exposé des jugements de valeur distributifs. Au chapitre II, le cadre posé est suffisant pour postuler, d'une part, la comparabilité des niveaux, des différences et des ratios d'utilité, et, d'autre part, la comparabilité des différences faibles d'utilité transformée. Parmi l'ensemble des FBES se présentant comme la somme des utilités transformées, ce cadre rend éligibles les seules FBES Atkinson. En ce sens, les jugements de valeur distributifs sont appréhendés par un paramètre qui n'est pas très utile pour distinguer la simple aversion aux inégalités de l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. De plus, la cadre informationnel proposé au chapitre II évince des FBES aux jugements de valeurs différents. Puisque les FBES Atkinson prioritaristes expriment toutes une aversion plus forte aux

1. Ce dernier peut être compatible avec des jugements de valeur différents de l'aversion aux inégalités (*cf.* chapitre II).

inégalités entre les moins bien lotis, alors il est notamment impossible d'utiliser une FBES qui exprime l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis. Dans ce chapitre, l'ensemble des FBES se présentant comme la somme des utilités transformées n'est pas contraint par une hypothèse informationnelle, afin que tout jugement de valeur distributif soit potentiellement pris en compte. A cette fin, nous supposons que tous les individus sont identiques en tout point excepté leur niveau de revenus. [2]

L'objectif du chapitre est de déterminer les jugements de valeur distributifs nécessairement sous-tendus par les principes des transferts de revenus, et ce, en tentant de considérer un nombre indéfini d'axiomes représentant divers degrés d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Ces axiomes sont autant de principes des transferts que Fishburn et Willig [1984] ont réussi à généraliser. Nous adaptons leurs travaux à notre problématique en faisant en sorte que le principe des transferts d'*utilité* d'ordre 2 représente l'aversion aux inégalités. De la même manière, les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 représentent l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, les principes d'ordres 2, 3 et 4 représentent l'aversion encore plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, etc.

On démontre que des FBES, qui se présentent comme la somme des utilités transformées, respectent le principe des transferts de *revenus* d'ordre 2 si et seulement si l'image de la dérivée seconde de la fonction de transformation d'utilité n'excède pas une valeur critique d'ordre 2. Ce résultat est similaire à celui énoncé par la proposition 5 du chapitre II. De plus, on démontre que les FBES respectent les principes des transferts de revenus d'ordres 2 et 3 si et seulement si l'image de la dérivée troisième de la transformation (concave) d'utilité est au moins aussi grande qu'une valeur critique d'ordre 3. Si l'on formule des hypothèses sur la fonction d'utilité des individus, il est possible de déterminer le signe des valeurs critiques. Supposons, par exemple, que les individus aient une utilité marginale décroissante en fonction du revenu. On démontre alors que les FBES respectent le principe des transferts de *revenus* d'ordre 2 si et seulement si l'image de la dérivée seconde de la transformation d'utilité n'excède pas une valeur critique positive. Comme au chapitre précédent, ces FBES ne respectent pas forcément le principe des transferts d'*utilité* d'ordre 2. Il est donc possible que des FBES qui respectent le principe des transferts de revenus d'ordre 2 expriment une neutralité aux inégalités voire une aversion à l'égalité. Dans des conditions similaires, en supposant en plus que la dérivée troisième de la fonction d'utilité des individus est positive, on démontre que la valeur critique d'ordre 3 est négative. Ainsi, les FBES qui satisfont les principes des transferts des revenus d'ordres 2 et

2. Précisément, la comparabilité faible des différences d'utilité transformée est postulée car nécessaire à l'emploi des FBES additivement séparables qui peuvent exprimer des jugements distributifs divers. De plus, la comparabilité des niveaux et différences d'utilité est nécessaire pour étudier des transferts d'utilité. Le cadre de ce chapitre postule aussi cette hypothèse. En outre, les comparaisons intra-personnelles sont ici des comparaisons inter-personnelles car tous les individus sont supposés identiques.

3 ne respectent pas nécessairement le principe des transferts d'utilité d'ordre 3. Il est donc possible que des FBES qui respectent les deux principes des transferts de revenus expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis. Le résultat principal du chapitre réside dans la détermination d'une valeur critique généralisée qui permet de définir la condition nécessaire et suffisante pour que les FBES respectent les principes des transferts de revenus d'ordre 2 jusqu'à n'importe quel ordre.

L'élaboration du théorème qui démontre le résultat principal du chapitre se justifie par des raisons de nature méta-éthique. Nous verrons que le chapitre permet d'établir qu'un classement de l'ensemble des distributions de *revenus* par les FBES (H1) qui respectent tous les principes des transferts d'*utilité* jusqu'à l'ordre $s+1$, a moins de chances d'être un jugement de fait que le classement de l'ensemble des distributions de revenus établi par les FBES (H1) qui respectent tous les principes des transferts de *revenus* jusqu'à l'ordre $s+1$.

La section 2 présente le cadre d'étude du chapitre (notations et définitions). La section 3 présente les résultats. La dernière section est la conclusion du chapitre.

2 Le cadre d'étude

Rappelons rapidement quelques définitions utiles. La *population*, supposée fixe, est $\mathscr{P} := \{1, \ldots, n\}$. Une *distribution* est un vecteur $\mathbf{y} := (y_1, \cdots, y_n)$ où $y_i \in \Omega := [0, y_{\max}] \subset \mathbb{R}_+$ (l'ensemble des réels positifs) représente le revenu de l'individu $i \in \mathscr{P}$.[3] L'ensemble des revenus Ω est borné par $y_{\max}$, le niveau de revenus du ménage le plus riche dans $\mathscr{P}$. L'ensemble des distributions est donc Ω^n.

La fonction de répartition $F(y)$ est associée à la distribution $\mathbf{y}$ qui indique la proportion d'individus dont les revenus sont au plus de $y \in \Omega$. Formellement,

$$F(y) := \int_0^y f(x)dx, \ \forall y \in \Omega,$$

avec $f(y)$ la densité jointe associée à la distribution $\mathbf{y} \in \Omega^n$. Etant données deux distributions $\mathbf{y}^a, \mathbf{y}^b \in \Omega^n$, leurs fonctions de densité (répartition) sont notées f^a et f^b (F^a et F^b) respectivement.

Nous supposons que tous les délibérateurs (ici les individus de la population en position de délibérateur) classent les distributions de Ω^n au moyen d'une fonction de bien-être social

3. L'ensemble $\mathbb{R}$ comprend les réels, $\mathbb{R}_{++}$ est l'ensemble des réels strictement positifs et $\mathbb{R}_{--}$ est l'ensemble des réels strictement négatifs.

additivement séparable telle que :

$$\text{(H1*)} \qquad W(\mathbf{y}) := \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) g(u(y_i)) \equiv \int_0^{y_{\max}} g(u(y))\ f(y)\ dy.$$

La fonction composée $g(u(y))$ représente la valeur éthique du revenu y telle que déterminée par un délibérateur. L'image de la fonction $u(y)$ correspond au niveau d'utilité d'un individu doté d'un revenu y. L'ensemble des fonctions d'utilité est :

$$\mathscr{U} := \left\{u : \Omega \to \mathbb{R}_{++} \mid u^{(1)}(y) > 0,\ \forall y \in \Omega\right\}.$$

La fonction g représente les jugements de valeur distributifs incarnés par la FBES ; par hypothèse $g^{(1)}(u(y)) > 0$ pour tout $y \in \Omega$. En postulant que g est strictement croissante, on suppose que le délibérateur respecte le principe de Pareto fort, *i.e.* il considère qu'une augmentation d'utilité d'un individu améliore le bien-être social. La fonction g est telle que $g : \mathscr{U} \to \mathbb{R}$. De plus, g et u sont supposées s fois continûment différentiables, respectivement : $g \in \mathscr{C}^s$ sur $\mathscr{U}$ et $u \in \mathscr{C}^s$ sur Ω, avec $s \in \mathbb{N}_+$.

Les fonctions de transfert $T(.)$ sont définies comme dans Fishburn et Willig [1984], dans le but de présenter un nombre indéfini de principes basés sur les niveaux d'utilité ou sur les niveaux de revenus. Un transfert positif d'utilité d'ordre 1, noté $T^1(\alpha, u(y), \delta)$, postule qu'une fraction $\alpha \in]0, f(y)]$ de population passe d'un niveau d'utilité $u(y)$ à $u(y)+\delta$, avec $\delta > 0$. Pour toutes distributions $\mathbf{y}^a, \mathbf{y}^b \in \Omega^n$ et pour tout $y \in \Omega$, $\mathbf{y}^b$ est obtenue à partir de $\mathbf{y}^a$ au moyen de $T^1(\alpha, u(y), \delta)$ si et seulement si :

$$f^b(y) = \begin{cases} f^a(y) - \alpha & \text{au niveau } u(y), \\ f^a(y) + \alpha & \text{au niveau } u(y) + \delta, \\ f^a(y) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{1}$$

Un transfert négatif d'utilité d'ordre 1, noté $-T^1(\alpha, u(y) - \delta, \delta)$, postule qu'une fraction $\alpha \in]0, f(y)]$ passe d'un niveau d'utilité $u(y)$ à un niveau $u(y) - \delta$, avec $\delta > 0$. Pour toutes distributions $\mathbf{y}^a, \mathbf{y}^c \in \Omega^n$ et pour tout $y \in \Omega$, $\mathbf{y}^c$ est obtenue à partir de $\mathbf{y}^a$ au moyen de $-T^1(\alpha, u(y) - \delta, \delta)$ si et seulement si :

$$f^c(y) = \begin{cases} f^a(y) + \alpha & \text{au niveau } u(y) - \delta, \\ f^a(y) - \alpha & \text{au niveau } u(y), \\ f^a(y) & \text{partout ailleurs.} \end{cases} \tag{2}$$

Un transfert positif d'utilité d'ordre 2, noté $T^2(\alpha, u(y), \delta)$, est défini comme la somme d'un transfert $T^1(\alpha, u(y), \delta)$ et $-T^1(\alpha, u(y)+\delta, \delta)$. De manière récursive, un transfert positif d'utilité d'ordre $s+1$, noté $T^{s+1}(\alpha, u(y), \delta)$, est défini comme la somme de $T^s(\alpha, u(y), \delta)$ et $-T^s(\alpha, u(y)+\delta, \delta)$.

Définition 1. Transfert positif d'utilité d'ordre $\mathbf{s+1}$. *Pour toute distribution* $\mathbf{y} \in \Omega^n$ *et pour tout* $y \in \Omega$ *; un transfert positif d'utilité d'ordre* $s+1$ *est défini comme :*

$$T^{s+1}(\alpha, u(y), \delta) := T^s(\alpha, u(y), \delta) + (-T^s(\alpha, u(y) + \delta, \delta)), \quad s \in \mathbb{N}_+, \tag{3}$$

tel que, pour $u(y) + t\delta$ *avec* $t \in \{1, \ldots, s+1\}$ *pair,*

(E*) $$\binom{s+1}{t} \alpha \in]0, f(y)], \;\; \delta > 0.$$

La condition (E*) rajoutée à la définition de Fishburn et Willig [1984] énonce que la fraction de population qui se déplace d'un niveau d'utilité doit être, au plus, aussi important que la part de population au niveau d'utilité donné. De plus, (E*) postule qu'il n'y a pas de quota de population qui se déplace d'un niveau d'utilité supérieur à $u(y_{\max})$.

A partir du même type d'équation que (1), un transfert positif de revenus d'ordre 1, noté $T^1(\alpha, y, \delta)$, postule qu'une fraction de population $\alpha \in]0, f(y)]$ passe d'un niveau de revenus y à $y + \delta$, avec $\delta > 0$. Un transfert négatif de revenus d'ordre 1, noté $-T^1(\alpha, y - \delta, \delta)$, postule que α passe d'un niveau de revenus y à $y - \delta$. De manière récursive, un transfert positif de revenus d'ordre $s+1$, noté $T^{s+1}(\alpha, y, \delta)$, est défini comme la somme des transferts $T^s(\alpha, y, \delta)$ et $T^s(\alpha, y + \delta, \delta)$.

Définition 2. Transfert positif de revenus d'ordre $\mathbf{s+1}$. *Pour toute distribution* $\mathbf{y} \in \Omega^n$ *et pour tout* $y \in \Omega$ *; un transfert positif de revenus d'ordre* $s+1$ *est défini comme :*

$$T^{s+1}(\alpha, y, \delta) := T^s(\alpha, y, \delta) + (-T^s(\alpha, y + \delta, \delta)), \quad s \in \mathbb{N}_+, \tag{4}$$

tel que, pour $r \in \{1, \ldots, s+1\}$ *pair,*

(E**) $$\binom{s+1}{r} \alpha \in]0, f(y + r\delta)], \;\; \delta > 0.$$

Fishburn et Willig [1984, p. 323] définissent le principe des transferts d'ordre s comme « la conjonction d'une extension naturelle du principe [de Pigou-Dalton]. » En ce sens, le principe d'ordre s incorpore tous les principes d'ordres inférieurs à s. Dans tous les chapitres de la thèse, le principe des transferts d'ordre s ne comprend pas les principes des transferts d'ordres inférieurs.

Définition 3. Principes des transferts d'utilité et de revenus d'ordre $\mathbf{s+1}$. *Pour toutes distributions* $\mathbf{y}^a$, $\mathbf{y}^b$ *et* $\mathbf{y}^c \in \Omega^n$, *pour tout* $y \in \Omega$, *W satisfait le principe des transferts d'utilité d'ordre $s+1$ si et seulement si :*

$$\text{(UTP}^{s+1}\text{)} \qquad \left[f^b = f^a + T^{s+1}(\alpha, u(y), \delta)\right] \Longrightarrow \left[W(\mathbf{y}^b) \geqslant W(\mathbf{y}^a)\right], \quad s \in \mathbb{N}_+.$$

De plus, W satisfait le principe des transferts de revenus d'ordre $s+1$ si et seulement si :

$$\text{(ITP}^{s+1}\text{)} \qquad \left[f^c = f^a + T^{s+1}(\alpha, y, \delta)\right] \Longrightarrow \left[W(\mathbf{y}^c) \geqslant W(\mathbf{y}^a)\right], \quad s \in \mathbb{N}_+.$$

Tel que stipulé au chapitre II, le principe UTP^2 postule qu'un transfert positif d'utilité d'ordre 2 améliore (ou, au moins, ne détériore pas) le bien-être social. Puisque le transfert égalise deux niveaux d'utilité de deux fractions de la population, le principe reste muet quant à l'impact sur le bien-être social d'un transfert d'utilité qui réduit l'écart d'utilité entre deux quotas sans égaliser les niveaux. Pour cette raison, le principe UTP^2 est plus faible que le principe des transferts d'utilité de Pigou-Dalton. [4] De la même façon, le principe ITP^2 est plus faible que le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton et ITP^3 est plus faible que le principe des transferts diminuants de Kolm [1976]. [5]

3 Les résultats

Les fonctions de transfert T^{s+1} de Fishburn et Willig [1984] sont associées à l'ensemble suivant, pour $s \in \mathbb{N}_+$ et $s \geqslant 1$:

$$\Gamma^{s+1} := \left\{ f \in \mathscr{C}^{s+1} \,\middle|\, (-1)^{s+1} f^{(s+1)}(x) := (-1)^{s+1} \frac{\partial f^{(s)}(x)}{\partial x} \leqslant 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}_+ \right\},$$

i.e. la classe des fonctions dont la dérivée $s+1$ième est négative (positive) à l'ordre pair (impair) $s+1$. De plus,

$$\Gamma^{\to s+1} := \left\{ f \in \Gamma^{s+1} \,\middle|\, f \in \Gamma^{\ell}, \quad \forall \ell = 2, \ldots, s \right\},$$

4. On peut comprendre la réduction de l'écart de revenus de plusieurs façons. *Cf.* Thon et Wallace [2004] pour une discussion où le transfert implique la symétrie. *Cf.* Fields et Fei [1978] pour une présentation d'un principe des transferts où les rangs des individus dans la distribution sont préservés. Ces articles traitent de transferts de revenus mais les discussions peuvent très bien s'adapter au cas de transferts d'utilité.

5. On pourrait objecter que $T^2(\alpha, y, \delta)$ et $-T^2(\alpha, y+\delta, \delta)$ sont des transferts entre individus qui n'ont pas le même écart de revenus. Pourtant, $W(\mathbf{y}^c) \geqslant W(\mathbf{y}^a)$ avec $f^c = f^a + T^3(\alpha, y, \delta)$ est équivalent à $W(F^a + T^2(\alpha, y, \delta)) \geqslant W(F^a + T^2(\alpha, y+\delta, \delta))$. Dans la seconde inégalité, les deux transferts d'ordre 2 concernent, respectivement, des donneurs et receveurs dont l'écart de revenus est 2δ. Cette remarque est aussi valable pour le principe UTP^3.

est l'ensemble des fonctions $s+1$ fois continûment différentiables, dont les $s+1$ premières dérivées successives alternent en signe. Formellement, $\Gamma^{\to s+1} = \Gamma^2 \cap \cdots \cap \Gamma^{s+1}$.

La concavité de la fonction g (*i.e.* $g \in \Gamma^2$) caractérise l'aversion aux inégalités. Comme démontré dans le chapitre I, les FBES (H1*) satisfont UTP^2 si et seulement si $g \in \Gamma^2$. De plus, les FBES (H1*) satisfont UTP^2 et UTP^3 si et seulement si $g \in \Gamma^{\to 3}$. De la même manière, on peut déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour respecter les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$, mais aussi pour respecter les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$.

Théorème 3.1. *Pour $s \in \mathbb{N}_+$, les deux assertions suivantes sont équivalentes :*
(i) *W satisfait tous les principes des transferts d'utilité jusqu'à l'ordre $s+1$;*
(ii) *$g \in \Gamma^{\to s+1}$.*
Les deux assertions suivantes sont équivalentes :
(iii) *W satisfait tous les principes des transferts de revenus jusqu'à l'ordre $s+1$;*
(iv) *$g \circ u \in \Gamma^{\to s+1}$.*

Démonstration. Il s'agit d'une application directe du théorème 1 de Fishburn et Willig [1984]. □

L'alternance en signe des $s+1$ premières dérivées successives de g est nécessaire et suffisante pour que les FBES (H1*) respectent tous les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$. Il est ainsi possible de caractériser divers degrés d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis grâce à certaines conditions sur g. Etant donné que $g \in \Gamma^2$ si et seulement si les FBES (H1*) respectent UTP^2 et $g \in \Gamma^{\to 3}$ si et seulement si les FBES (H1*) respectent UTP^2 et UTP^3, alors $g \in \Gamma^{\to 3}$ caractérise l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis que $g \in \Gamma^2$. En fait, si l'on pose (a) : $g \in \Gamma^{\to s}$ et (b) : $g \in \Gamma^{\to s+1}$, les FBES (H1*) qui respectent la condition (b) expriment une aversion *plus* forte aux inégalités entre les moins bien lotis que les FBES (H1*) qui respectent (a). A la limite, les FBES (H1*) avec $g \in \Gamma^{\to\infty}$ expriment une aversion infiniment plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis plutôt qu'aux inégalités entre les mieux lotis que ceux-ci. Ces FBES respectent tous les principes des transferts d'utilité que l'on pourrait définir ; elles correspondent au critère du leximin.

L'alternance en signe des $s+1$ premières dérivées successives de la fonction composée $g(u(y))$ est nécessaire et suffisante pour que les FBES (H1*) respectent tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. Par exemple, les FBES (H1*) satisfont ITP^2 si et seulement si $g \circ u \in \Gamma^2$ (ou $g \circ u \in \Gamma^{\to 2}$). Puisque $g \in \Gamma^2$ et $u \in \Gamma^2$ impliquent $g \circ u \in \Gamma^2$, la concavité des fonctions g et u est une condition suffisante pour que les FBES (H1*) satisfassent ITP^2. De manière plus générale, le respect des ITP jusqu'à l'ordre $s+1$ dépend d'une condition suffisante sur g et u.

Lemma 3.1. *L'implication suivante est vraie pour tout $s \in \mathbb{N}_+$:*

$[\mathbf{H}^{s+1}]: \quad u \in \Gamma^{\to s+1}$ *et* $g \in \Gamma^{\to s+1} \implies g \circ u \in \Gamma^{\to s+1}$.

Démonstration. [$\Rightarrow$]
Le lemme est démontré par récurrence, *i.e.* nous démontrons premièrement que l'hypothèse $\mathbf{H}^{s+1}$ est vraie pour $s = 1$, ensuite, nous démontrons que si $\mathbf{H}^{s+1}$ est supposée vraie pour tout s, alors $\mathbf{H}^{s+2}$ est vraie.
A partir de l'expression $(g \circ u)^{(2)} = g^{(1)} u^{(2)} + g^{(2)} \left[u^{(1)}\right]^2$, il est clair que $\mathbf{H}^2$ est vérifiée. Supposons maintenant que $\mathbf{H}^{s+1}$ soit vraie dans le but de montrer que $\mathbf{H}^{s+2}$ est vérifiée :

$$(g \circ u)^{(s+2)} = \left[-g^{(1)} \circ u \cdot \left(-u^{(1)}\right)\right]^{(s+1)} .$$

Nous avons alors :

$$(-1)^{s+2} (g \circ u)^{(s+2)} = (-1)^{s+2} \left[-g^{(1)} \circ u \cdot \left(-u^{(1)}\right)\right]^{(s+1)} .$$

A partir de la formule de Leibniz, la $(s+1)$ième dérivée successive du produit de deux fonctions $h \cdot f$ est comme suit :

$$(h \cdot f)^{(s+1)} = \sum_{k=0}^{s+1} \begin{pmatrix} s+1 \\ k \end{pmatrix} \left[h^{(k)} \cdot f^{(s-k+1)}\right] .$$

Alors :

$$(-1)^{s+2} (g \circ u)^{(s+2)} = (-1)^{s+2} \sum_{k=0}^{s+1} \begin{pmatrix} s+1 \\ k \end{pmatrix} \left[(-g^{(1)} \circ u)^{(k)} \cdot (-u^{(1)})^{(s-k+1)}\right] .$$

En réarrangeant les termes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} &(-1)^{s+2} (g \circ u)^{(s+2)} \\ &= (-1) \sum_{k=0}^{s+1} \begin{pmatrix} s+1 \\ k \end{pmatrix} \left[(-1)^k \, (-g^{(1)} \circ u)^{(k)} \cdot (-1)^{s-k+1} \, (-u^{(1)})^{(s-k+1)}\right] . \end{aligned} \tag{5}$$

Nous essayons à présent de démontrer $\mathbf{H}^{s+2}$. Supposons que $-g^{(1)} \in \Gamma^{\to s+1}$ ($i.e.$ $g \in \Gamma^{\to s+2}$) et $u \in \Gamma^{\to s+2}$. L'hypothèse de récurrence $\mathbf{H}^{s+1}$ étant supposée vraie, pour les deux fonctions f et h :

$$\text{si } f \in \Gamma^{\to s+1} \ \text{ et } \ h \in \Gamma^{\to s+1} \ , \ \text{alors } \ f \circ h \in \Gamma^{\to s+1}.$$

Soit $f := -g^{(1)}$ et $h := u$ (en fait, si $u \in \Gamma^{\rightarrow s+2}$ alors $u \in \Gamma^{\rightarrow s+1}$), alors nous obtenons $(-1)^k \, (-g^{(1)} \circ u)^{(k)} \leqslant 0$, pour tout $k = 0, \ldots, s+1$. Si $u \in \Gamma^{\rightarrow s+2}$, alors $(-1)^{s-k+2} u^{(s-k+2)} \leqslant 0$ pour tout $k = 0, \ldots, s+1$. Puisque (5) peut être formulée comme suit,

$$(-1)^{s+2} \, (g \circ u)^{(s+2)} = (-1) \sum_{k=0}^{s+1} \begin{pmatrix} s+1 \\ k \end{pmatrix} \left[(-1)^k \, (-g^{(1)} \circ u)^{(k)} \cdot (-1)^{s-k+2} \, u^{(s-k+2)} \right] \ ,$$

$(-1)^{s+2} \, (g \circ u)^{(s+2)} \leqslant 0$.

L'hypothèse $\mathbf{H}^{s+1}$ a été démontrée pour $s = 1$ et l'hypothèse $\mathbf{H}^{s+2}$ a été démontrée lorsque $\mathbf{H}^{s+1}$ est supposée vraie, donc $\mathbf{H}^{s+1}$ est vérifiée.

[$\not\Leftarrow$] Posons $x \in \mathbb{R}_{++}$ et $g \circ u(x) \in \Gamma^{\rightarrow 2}$ tel que $g(u(x)) = \ln(e^x)$. Nous avons $u \notin \Gamma^{\rightarrow 2}$. □

Le lemme 3.1 montre que les conditions sur u et g sont suffisantes mais pas nécessaires pour que des FBES (H1*) respectent tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. En outre, si nous considérons des FBES (H1*) qui expriment la neutralité aux inégalités tel que $g(u(y)) = u(y)$, alors $u \in \Gamma^{\rightarrow s+1}$ si et seulement si les FBES (H1*) respectent tous les ITP jusqu'à $s+1$, quel que soit $s \in \mathbb{N}_+$. Pour les cas où les FBES (H1*) ne sont pas forcément neutres aux inégalités, une condition sur g sous contrainte que $u \in \Gamma^{\rightarrow s+1}$ est nécessaire et suffisante pour que des FBES (H1*) respectent tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$.

Théorème 3.2. *Soient $u \in \Gamma^{\rightarrow s+1}$ et $g \in \{\Gamma^{\rightarrow s} \cap \mathscr{C}^{s+1}\}$ tels que $s \in \mathbb{N}_+$. Alors, les deux assertions suivantes sont équivalentes :*

(i) *W satisfait tous les principes des transferts de revenus jusqu'à l'ordre $s+1$;*

(ii) *$(-1)^{s+1} g^{(s+1)} \circ u \leqslant (-1)^{s+1} g^{\star(s+1)}$ tel que $(-1)^{s+1} g^{\star(s+1)} \geqslant 0$, avec :*

$$g^{\star(s+1)} = -\frac{\sum_{k=1}^{s} (g^{(k)} \circ u) \cdot B_{s+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(s-k+2)}\right)}{\left[u^{(1)}\right]^{s+1}},$$

où $B_{s+1,k}(\cdot)$ est un polynôme de Bell d'ordre $s+1, k$.

Démonstration. [(i) $\Longrightarrow$ (ii)] A partir du théorème 1 de Fishburn et Willig [1984], W satisfait tous les ITP^{i+1} si et seulement si $(-1)^{i+1} \; g \circ u^{(i+1)}(y) \leqslant 0$ pour tout $i \in \{1, \ldots, s\}$. A partir du lemme 3.1, nous avons $(-1)^i (g \circ u)^{(i)} \leqslant 0$ pour tout $i \in \{1, \ldots, s\}$ puisque $g \in \Gamma^{\rightarrow s}$ et $u \in \Gamma^{\rightarrow s}$ (en fait, $u \in \Gamma^{\rightarrow s+1}$). Il nous reste à déterminer les conditions pour lesquelles ITP^{s+1} est respecté, *i.e.*, $(-1)^{i+1} (g \circ u)^{(i+1)} \leqslant 0$ pour $i = s$.

Nous commençons la démonstration par la formule de Faà di Bruno :

$$(g \circ u)^{(i+1)} = \sum_{k=1}^{i+1} (g^{(k)} \circ u) \cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right),$$

où le polynôme de Bell $B_{i+1,k}(\cdot)$ est donné par

$$B_{i+1,k}\left(u^{(1)},u^{(2)},\ldots,u^{(i-k+2)}\right) = \\ \sum \frac{(i+1)!}{p_1!p_2!\cdots p_{i-k+2}!}\left(\frac{u^{(1)}}{1!}\right)^{p_1}\left(\frac{u^{(2)}}{2!}\right)^{p_2}\cdots\left(\frac{u^{(i-k+2)}}{(i-k+2)!}\right)^{p_{i-k+2}}. \tag{6}$$

La somme comprend toutes les séquences possibles d'entiers $p_1,\ldots,p_{i-k+2}$ tels que $p_1+p_2+\cdots = k$ et $1p_1+2p_2+\cdots = i+1$. Puisque $(g\circ u)^{(i+1)} = (g^{(i+1)}\circ u)\cdot B_{i+1,i+1}(u^{(1)}) + \sum_{k=1}^{i}(g^{(k)}\circ u)\cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)},u^{(2)},\ldots,u^{(i-k+2)}\right)$, ITP^{i+1} est respecté si et seulement si

$$(-1)^{i+1}(g\circ u)^{(i+1)} \leqslant 0 \\ \Longleftrightarrow (-1)^{i+1}g^{(i+1)}\circ u \leqslant (-1)^{i+1}\left[-\frac{\sum_{k=1}^{i}(g^{(k)}\circ u)\cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)},u^{(2)},\ldots,u^{(i-k+2)}\right)}{B_{i+1,i+1}(u^{(1)})}\right],$$

avec

$$(-1)^{i+1}\left[-\frac{\sum_{k=1}^{i}(g^{(k)}\circ u)\cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)},u^{(2)},\ldots,u^{(i-k+2)}\right)}{B_{i+1,i+1}(u^{(1)})}\right] =: (-1)^{i+1}g^{\star(i+1)}. \tag{7}$$

Comme $B_{i+1,i+1}(u^{(1)}) = [u^{(1)}]^{i+1}$:

$$g^{\star(i+1)} = -\frac{\sum_{k=1}^{i}(g^{(k)}\circ u)\cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)},u^{(2)},\ldots,u^{(i-k+2)}\right)}{[u^{(1)}]^{i+1}}.$$

Dans le but de déterminer le signe de la borne $g^{\star(i+1)}$, nous devons trouver le signe de $B_{i+1,k}(\cdot)$. Pour ce faire, nous développons les produits des fonctions $u^{(\cdot)}$ dans (6) grâce à l'ensemble suivant :

$$\Omega(k) := \left\{\underbrace{u^{(1)},\ldots,u^{(1)}}_{p_1},\ \underbrace{u^{(2)},\ldots,u^{(2)}}_{p_2},\ldots,\ \underbrace{u^{(i-k+2)},\ldots,u^{(i-k+2)}}_{p_{i-k+2}}\right\}.$$

L'ensemble $\Omega(k)$ est divisé en deux sous-ensembles. Le premier est $\Omega^e := \{u^{(j)} \in \Omega(k) : j \in \mathbb{E}\}$, qui est l'ensemble de toutes les dérivées $u^{(j)}$ telles que les entiers $j \in \mathbb{E}$, où $\mathbb{E}$ est l'ensemble des entiers naturels pairs strictement positifs. Le second ensemble est $\Omega^o := \{u^{(j)} \in \Omega(k) : j \in \mathbb{O}\}$ pour lequel $j \in \mathbb{O}$, où $\mathbb{O}$ est l'ensemble des entiers naturels impairs strictement positifs. Les cardinaux de Ω^e et de Ω^o sont notés $|\Omega^e|$ et $|\Omega^o|$, respectivement. A partir de la définition du polynôme de Bell, nous avons :

$$p_1+p_2+\cdots = k = |\Omega^e|+|\Omega^o| \tag{8}$$

$$\text{et} \sum_{\forall u^{(j)}\in\Omega(k)} j = i+1. \tag{9}$$

<u>Cas 1 : $i+1$ est pair et k est pair.</u>

$\hookrightarrow$ Supposons que $|\Omega^e|$ soit pair. Puisque k est pair, cela implique, à partir de (8), que $|\Omega^o|$ soit pair aussi. Puisque $u \in \Gamma^{\to s+1}$, nous obtenons l'implication suivante :

$$\left[\prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^e}^{|\Omega^e|} u^{(j)} \geqslant 0 \;,\; \prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^o}^{|\Omega^o|} u^{(j)} \geqslant 0\right] \implies \left[B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right) \geqslant 0\right].$$

$\hookrightarrow$ Supposons que $|\Omega^e|$ soit impair, alors $|\Omega^o|$ est impair aussi selon (8). Alors, à partir de (9), nous avons :

$$\begin{aligned} &\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \Omega^o} j\right) \text{ est impair },\; \left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \Omega^e} j\right) \text{ est pair}\right] \\ \implies &\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \{\Omega^o \cup \Omega^e\}} j = i+1\right) \text{ est impair}\right]. \end{aligned}$$

Puisque le terme $i+1$ a été supposé pair, alors nous avons une contradiction : $|\Omega^e|$ and $|\Omega^o|$ ne peut pas être impair lorsque $i+1$ et k sont pairs.

Cas 2 : $i+1$ est pair et k est impair.

$\hookrightarrow$ Supposons que $|\Omega^e|$ soit impair. Puisque k est impair, à partir de (8), nous savons que $|\Omega^o|$ est pair. Puisque $u \in \Gamma^{\to s+1}$, nous avons :

$$\begin{aligned} &\left[\prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^e}^{|\Omega^e|} u^{(j)} \leqslant 0 \;,\; \prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^o}^{|\Omega^o|} u^{(j)} \geqslant 0\right] \\ \implies &\left[B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right) \leqslant 0\right]. \end{aligned}$$

$\hookrightarrow$ Si $|\Omega^e|$ est pair, alors $|\Omega^o|$ est impair selon (8). Le cas est impossible car, puisque $i+1$ est pair, nous obtenons une contradiction :

$$\begin{aligned} &\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \Omega^o} j\right) \text{ est impair },\; \left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \Omega^e} j\right) \text{ est pair}\right] \\ \implies &\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)} \in \{\Omega^o \cup \Omega^e\}} j = i+1\right) \text{ est impair}\right]. \end{aligned}$$

Cas 3 : $i+1$ est impair et k est pair.

$\hookrightarrow$ Supposons que $|\Omega^e|$ soit impair, alors $|\Omega^o|$ est impair selon (8). Puisque $u \in \Gamma^{\to s+1}$, nous avons :

$$\left[\prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^e}^{|\Omega^e|} u^{(j)} \leqslant 0 \;,\; \prod_{\forall u^{(j)} \in \Omega^o}^{|\Omega^o|} u^{(j)} \geqslant 0\right] \implies \left[B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right) \leqslant 0\right].$$

$\hookrightarrow$ Si $|\Omega^e|$ est pair, alors $|\Omega^o|$ est pair selon (8). Le cas est impossible car, puisque $i+1$ est supposé impair, nous obtenons une contradiction :

$$\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\Omega^o} j\right) \text{ est pair },\ \left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\Omega^e} j\right) \text{ est pair}\right]$$
$$\Longrightarrow \left[\left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\{\Omega^o\cup\Omega^e\}} j = i+1\right) \text{ est pair}\right].$$

<u>Cas 4 : $i+1$ est impair et k est impair.</u>

$\hookrightarrow$ Supposons que $|\Omega^e|$ soit pair, alors $|\Omega^o|$ est impair selon (8). Puisque $u \in \Gamma^{\to s+1}$, nous avons :

$$\left[\prod_{\forall u^{(j)}\in\Omega^e}^{|\Omega^e|} u^{(j)} \geqslant 0\ ,\ \prod_{\forall u^{(j)}\in\Omega^o}^{|\Omega^o|} u^{(j)} \geqslant 0\right] \Longrightarrow \left[B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right) \geqslant 0\right].$$

$\hookrightarrow$ Si $|\Omega^e|$ est impair, alors $|\Omega^o|$ est pair selon (8). Le cas est impossible car, puisque $i+1$ est supposé impair, nous obtenons une contradiction :

$$\left[\left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\Omega^o} j\right) \text{ est pair },\ \left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\Omega^e} j\right) \text{ est pair}\right]$$
$$\Longrightarrow \left[\left(\sum_{\forall u^{(j)}\in\{\Omega^o\cup\Omega^e\}} j = i+1\right) \text{ est pair}\right].$$

<u>Remarque finale :</u> Par définition, nous avons $B_{i+1,1}(\cdot) = [u^{(i+1)}]^1$ et $B_{i+1,i+1}(\cdot) = [u^{(1)}]^{i+1}$. Puisque $g \in \Gamma^{\to s}$, nous avons donc $(-1)^k g^{(k)} \circ u \leqslant 0$, pour tout $k = 1, \ldots, i$. Ainsi, à partir des cas 1 à 4 :

$$(-1)^{i+1}(g^{(k)} \circ u) \cdot B_{i+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(i-k+2)}\right) \leqslant 0,\ \forall k = 1, \ldots, i.$$

Donc, à partir de (7), $(-1)^{s+1} g^{\star(s+1)} \geqslant 0$.

[(ii) $\Longrightarrow$ (i)] Posons :

$$(-1)^{s+1} g^{(s+1)} \circ u \leqslant (-1)^{s+1}\left[-\frac{\sum_{k=1}^{s}(g^{(k)} \circ u) \cdot B_{s+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(s-k+2)}\right)}{\left[u^{(1)}\right]^{s+1}}\right].$$

L'inéquation devient :

$$(-1)^{s+1}\left[g^{(s+1)} \circ u \left[u^{(1)}\right]^{s+1} + \sum_{k=1}^{s}(g^{(k)} \circ u) \cdot B_{s+1,k}\left(u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(s-k+2)}\right)\right] \leqslant 0. \qquad (10)$$

D'après la formule de Faà di Bruno, l'inéquation (10) s'écrit :

$$(-1)^{s+1}(g \circ u)^{(s+1)} \leqslant 0. \tag{11}$$

D'après le théorème 1 de Fishburn et Willig [1984] et le lemme 3.1, $g \in \Gamma^{\to s}$, $u \in \Gamma^{\to s}$ et (11) forment une condition suffisante pour que W satisfasse tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. $\square$

Le théorème 3.2 est construit en 3 étapes : (i) les FBES respectent tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$ si et seulement si $g \circ u \in \Gamma^{\to s+1}$. Par exemple, les FBES (H1*) satisfont ITP^2 si et seulement si la fonction composée $g \circ u$ est concave. Cette équivalence est à la base du théorème, elle est exposée dans le théorème 3.1. (ii) On détermine quelle est la condition sur g nécessaire et suffisante pour respecter tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. Formellement, $(-1)^{s+1}g^{(s+1)} \circ u \leqslant (-1)^{s+1}g^{\star(s+1)}$. Par exemple, les FBES (H1*) respectent ITP^2 si et seulement si $g^{(2)} \circ u \leqslant g^{\star(2)}$. Considérons que $u(y) = \ln(y)$. Soit $g^\star(u) = 2e^u + 3$. Par conséquent, $g^\star \circ u$ est affine : $g^\star \circ u(y) = 2y + 3$, et en dépit du fait que $g^\star$ soit convexe, les FBES mobilisant $g^\star$ satisfont ITP^2. Ainsi, si g est plus convexe que $g^\star$, ITP^2 n'est pas respecté. Evidemment, si g est plus concave que $g^\star$, ITP^2 est satisfait. (iii) Si l'on fait des hypothèses sur le signe des $s+1$ premières dérivées successives de u, il devient possible de déterminer le signe de la borne $g^{\star(s+1)}$. Ainsi, cette borne devient interprétable en termes de jugements de valeur distributifs. Dans le théorème 3.2, les conditions préalables $u \in \Gamma^{\to s+1}$ et $g \in \{\Gamma^{\to s} \cap \mathscr{C}^{s+1}\}$ impliquent que $(-1)^{s+1}g^{\star(s+1)} \geqslant 0$. En effet, en posant $u \in \Gamma^{\to 2}$, nous obtenons $g^{\star(2)} \geqslant 0$. En d'autres termes, si l'on suppose que les individus de $\mathscr{P}$ ont une utilité marginale décroissante en fonction du revenu, alors la concavité de g est suffisante mais n'est pas nécessaire pour que les FBES (H1*) satisfassent ITP^2.[6] Les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 peuvent avoir une fonction de transformation de l'utilité aussi bien concave, affine que convexe, pourvu que la valeur de sa dérivée seconde n'excède pas la valeur critique $g^{\star(2)}$. La fonction g représente l'attitude vis-à-vis des inégalités d'un délibérateur qui emploie (H1*). L'usage d'une FBES (H1*) qui respecte ITP^2 n'implique pas que le délibérateur soit averse aux inégalités. De même, les FBES (H1*) qui respectent les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$ peuvent avoir une fonction g dont les s premières dérivées successives alternent en signe mais avec une dérivée d'ordre $s+1$ de même signe que celle d'ordre s. A l'ordre 3, cela signifie que l'usage des FBES (H1*) qui respectent ITP^2 et ITP^3 n'implique pas que les délibérateurs aient une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis.

6. Un résultat similaire pourrait être vérifié si l'on adopte un axiome plus fort que ITP^2 comme le principe des transferts de revenus de Pigou-Dalton tel que présenté au chapitre I.

4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les interactions entre un nombre quelconque de principes des transferts d'utilité (UTP) et de principes des transferts de revenus (ITP). Les premiers caractérisent explicitement des jugements de valeur distributifs. Par exemple, UTP^2 définit l'aversion aux inégalités d'utilité (ici, aversion aux inégalités tout court) ; UTP^2 et UTP^3 définissent l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. De manière générale, l'ensemble des UTP jusqu'à l'ordre $s+1$ définit un degré croissant d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis en fonction de $s \in \mathbb{N}_+$.

A partir du théorème 1 de Fishburn et Willig [1984], le théorème 3.1 énonce que les FBES (H1*) respectent les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$ si et seulement si les $s+1$ premières dérivées successives de g alternent en signe. Ainsi, la forme de la fonction g représente les jugements de valeur distributifs exprimés par les FBES (H1*). Par exemple, les délibérateurs qui emploient des FBES (H1*) prioritaristes sont averses aux inégalités car ces FBES ont une fonction g concave, *i.e.* elles respectent UTP^2.

Les ITP sous-tendent des jugements de valeur distributifs concernant les inégalités d'utilité, mais ceux-ci ne sont pas explicitement exposés. Le théorème 3.2 est introduit à cet effet. Il démontre quelle est la forme de g nécessaire et suffisante pour que les FBES (H1*) respectent les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$ si, au préalable, on suppose que les s premières dérivées successives de g alternent en signe. Nous avons déterminé une valeur critique d'ordre $s+1$, que la dérivée de g d'ordre $s+1$ ne doit pas excéder (si s est impair) ou ne doit pas être en deçà (si s est pair), pour que les FBES (H1*) respectent UTP^{s+1}. Afin d'interpréter au plan normatif les conditions sur la forme de g, nous supposons en plus que les $s+1$ premières dérivées successives de u alternent en signe. C'est ainsi, par exemple, que nous retrouvons le résultat de la proposition 4.5 du chapitre II, à savoir, que les délibérateurs qui emploient les FBES (H1*) respectant ITP^2 peuvent être neutres ou averses aux inégalités ou encore averses à l'égalité. Les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 ne respectent pas forcément UTP^2 (*cf.* tableau III.1, colonnes 1 et 2). De même, les FBES (H1*) qui respectent ITP^3 ne respectent pas forcément UTP^3 (*cf.* tableau III.1, colonnes 1 et 3).[7] Ce constat est vérifié pour tout ordre $s+1$.

7. Le tableau III.1 expose des cas où les FBES (H1*) respectent ITP^3 (resp. UTP^3) mais ne respectent pas ITP^2 (resp. UTP^2). Les raisons pour lesquelles ces cas sont possibles seront examinées au chapitre IV.

Tableau III.1- Jugements de valeur distributifs et principes des transferts de revenus.

		ITP^2 : Respect		ITP^2 : Non respect	
		ITP^3 : Respect [ITP^2+ITP^3]	ITP^3 : Non respect	ITP^3 : Respect [ITP^3]	ITP^3 : Non respect
UTP^2 : Non respect	UTP^3 : Non respect	Impossible	$g^{(2)} \geqslant 0^*$ mais $g^{(2)} \leqslant g^{\star(2)}$ $g^{(3)} \leqslant 0$ et $g^{(3)} \leqslant g^{\star(3)*}$	$g^{(2)} \geqslant 0^*$ et $g^{(2)} \geqslant g^{\star(2)}$ $g^{(3)} \leqslant 0$ mais $g^{(3)} \geqslant g^{\star(3)}$	$g^{(2)} \geqslant 0^*$ et $g^{(2)} \geqslant g^{\star(2)}$ $g^{(3)} \leqslant 0$ et $g^{(3)} \leqslant g^{\star(3)*}$
UTP^2 : Non respect	UTP^3 : Respect	$g^{(2)} \geqslant 0$ mais $g^{(2)} \leqslant g^{\star(2)}$ $g^{(3)} \geqslant 0$	Impossible	$g^{(2)} \geqslant 0^*$ et $g^{(2)} \geqslant g^{\star(2)*}$ $g^{(3)} \geqslant 0$	Impossible
UTP^2 : Respect	UTP^3 : Non respect	$g^{(2)} \leqslant 0$ $g^{(3)} \leqslant 0$ mais $g^{(3)} \geqslant g^{\star(3)}$ Théorème 3.2	$g^{(2)} \leqslant 0$ $g^{(3)} \leqslant 0$ et $g^{(3)} \leqslant g^{\star(3)*}$	Impossible	Impossible
UTP^2 : Respect	UTP^3 : Respect	$g^{(2)} \leqslant 0$ $g^{(3)} \geqslant 0$ Théorème 3.2	Impossible	Impossible	Impossible
Dominance		ordre 3 ; ordre 2 (colonnes 1 et 2)			

*pour au moins un $u(y)$ défini.

D'après Fishburn et Willig [1984], nous savons que le classement des distributions de Ω^n établi par les FBES respectant ITP^2 est équivalent au classement de Ω^n établi par la dominance stochastique d'ordre 2. En ce sens, les jugements de valeur distributifs nécessairement mobilisés par l'emploi des FBES (H1*) qui satisfont ITP^2 sont les mêmes que ceux sous-tendus par l'usage de la dominance stochastique d'ordre 2 (*cf.* tableau III.1, colonnes 1 et 2). De même, le classement des distributions de Ω^n établi par les FBES qui repsectent ITP^2 et ITP^3 est équivalent au classement de Ω^n établi par la dominance stochastique d'ordre 3. Les jugements de valeur distributifs nécessairement mobilisés par l'emploi des FBES (H1*) qui satisfont les deux principes de transfert sont les mêmes que ceux sous-tendus par l'usage de la dominance stochastique d'ordre 3 (*cf.* tableau III.1, colonne 1).

Selon l'étape (ii) de la construction du théorème 3.2, nous déterminons la condition sur g nécessaire et suffisante pour respecter tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. Cependant, une autre étape aurait pu être adoptée, soit (ii') : déterminer la condition sur u nécessaire et suffisante pour respecter tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$. Le choix de (ii) plutôt que (ii') s'explique par une prise de position méta-éthique. Comme au chapitre II, la fonction de transformation de l'utilité (g) représente les jugements de valeur distributifs du délibérateur qui emploie (H1*). La fonction u, quant à elle, est déterminée par les délibérateurs en position idéalisée (*cf.* chapitre I). Autrement dit, la forme de la fonction u relève de ce que Railton [1986a, 1986b], entre autres, nomme des jugements de faits. D'un point de vue non-cognitiviste, les considérations de Railton n'ont aucun sens et la forme de u et celle de g sont des jugements de valeur. Si l'on adopte ce point de vue, ce chapitre aurait dû présenter un théorème 3.2 plus général dont une partie reposerait sur la construction (i), (ii), (iii) et une autre partie qui reposerait sur (i), (ii') et (iii).

D'un point de vue cognitiviste Railtonnien, si les classements des distributions de Ω^n par tous les délibérateurs de $\mathscr{P}$ sont identiques, le classement est un jugement de fait éthique Railtonnien. L'objet de l'étape (ii) est en fait « d'élargir » autant que possible l'ensemble des fonctions g qui permet de classer l'ensemble Ω^n selon des principes des transferts de revenus. Comme au chapitre II, l'objectif est de souligner que le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 a plus de chances d'être un jugement de fait Railtonnien que le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent UTP^2. En effet, le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 est un jugement de fait éthique Railtonnien si et seulement si $\mathscr{P}$ contient des individus averses aux inégalités, ou potentiellement neutres vis-à-vis des inégalités voire modérément averses à l'égalité. Cependant, si au moins un individu de $\mathscr{P}$ n'est pas averse aux inégalités, alors le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent UTP^2 n'est pas un jugement de fait éthique Railtonnien. De la même manière, le classement de Ω^n établi par les FBES (H1*) qui respectent UTP^2 et UTP^3 est un jugement de fait éthique Railtonnien si et seulement si tous les délibérateurs de $\mathscr{P}$ ont une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Ce classement a moins de chances d'être un jugement de fait éthique Railtonnien que le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 et ITP^3. En effet, le classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent ITP^2 et ITP^3 est un jugement de fait éthique Railtonnien si et seulement si $\mathscr{P}$ contient des individus ayant une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis et/ou des individus ayant une aversion aux inégalités différente. De manière générale, un classement de Ω^n par les FBES (H1*) qui respectent tous les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$ a moins de chances d'être un jugement de fait Railtonnien que le classement de Ω^n établi par les FBES (H1*) qui respectent tous les ITP jusqu'à l'ordre $s+1$.

Ce chapitre a répondu à une des deux limites attachées aux résultats établis dans le chapitre II. Il ne présente qu'un jugement de valeur distributif issu de l'aversion aux inégalités. En effet, les FBES (H1*) respectent UTP^2 et UTP^3 si et seulement si elles expriment l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Mais quel est le jugement exprimé par des FBES qui respectent UTP^2 mais ne respectent pas UTP^3 ? Dans l'étude de FBES dépendantes du rang des individus dans la distribution, Aaberge [2009] propose plusieurs jugements de valeur distributifs. Dans le chapitre IV, ces jugements sont adaptés au cadre d'étude de notre thèse afin de présenter deux types de délibérateurs : ceux qui ont une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis et ceux qui ont une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis. Considérons deux transferts d'utilité d'ordre 2 de montants identiques, le premier transfert implique une fraction de population qui reçoit un montant positif d'utilité qui est moins bien lotie que la fraction (d'importance égale) qui reçoit le montant d'utilité dans le second transfert. Les délibérateurs ayant une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis ont une sensibilité plus accrue pour le premier transfert que pour le second (*cf.* tableau III.1, lignes 2 et 4). Les délibérateurs ayant une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis ont une sensibilité plus accrue pour le second transfert que pour le premier (*cf.* tableau III.1, lignes 1 et 3). Par exemple, si un délibérateur emploie une FBES (H1*) qui satisfait UTP^2 et UTP^3, il a une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. En effet, il considère que $T^2(\alpha, u(y), \delta)$ a un impact positif sur le bien-être social d'ampleur plus importante que $T^2(\alpha, u(y) + \delta, \delta)$. Dans le chapitre suivant, nous allons dépasser le cadre proposé ici, en étudiant les jugements de valeur sous-tendus par des FBES (H1*) qui respectent un ou plusieurs principes des transferts d'utilité (à un ou plusieurs ordres donnés) tant en ne respectant pas d'autres principes des transferts d'utilité.

Chapitre IV

Les jugements de valeur distributifs caractérisés par les principes des transferts d'utilité

1 Introduction

Le choix de certaines FBES plutôt que d'autres est motivé par le rejet ou l'adhésion à certains axiomes. Par exemple, les principes des transferts d'utilité formalisent les jugements de valeur distributifs véhiculés par les FBES. Déjà cité plusieurs fois dans les chapitres précédents, le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 est synonyme d'aversion aux inégalités, car il postule qu'un transfert qui égalise l'utilité de deux fractions de la population améliore le bien-être social. Pour autant, ce principe reste muet lorsqu'il s'agit de déterminer ce qui est le plus important entre : (i) l'égalisation des niveaux d'utilité des individus moins bien lotis, et (ii) l'égalisation des niveaux d'utilité des individus mieux lotis. Il faut rejeter ou adhérer à un principe de transfert additionnel afin de se prononcer. Par exemple, le respect des principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 exige que l'égalisation (i) soit plus importante que l'égalisation (ii). Les deux axiomes, pris ensemble, postulent que l'on devrait accorder plus d'importance à un transfert qui égalise les utilités d'une fraction de la population, qu'à un transfert qui égalise les utilités d'une fraction de taille égale dont les individus sont mieux lotis, à condition que la différence d'utilité entre donneurs et receveurs soit la même dans les deux transferts. En ce sens, les FBES qui satisfont les principes des transferts d'utilité d'ordres 2 et 3 expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis.

Dans ce chapitre, nous étudions uniquement les jugements de valeur distributifs caractérisés par les principes des transferts d'*utilité*. Il n'est donc pas nécessaire de discuter des hypothèses émises par les délibérateurs sur la forme que doit revêtir la fonction d'utilité des individus dans la population. De plus, nous posons le même cadre informationnel qu'au chapitre III afin que tous les jugements de valeur distributifs soient représentables. Comme dans le chapitre III, les délibérateurs sont averses aux inégalités, *i.e.* ils emploient des FBES qui respectent le principe des transferts d'utilité d'ordre 2 si et seulement si la transformation de l'utilité est une fonction concave. Selon une croyance commune, les délibérateurs auraient une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis si et seulement s'ils emploient des FBES qui satisfont le principe des transferts d'utilité « diminuants » au sens de Kolm [1976], soit ici, le principe des transferts d'utilité d'ordre 3. Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] montrent pourtant que la concavité de la transformation de l'utilité n'est pas nécessaire pour satisfaire ces principes. En fait, le principe des transferts d'utilité d'ordre 3 n'est pas plus fort que le principe des transferts d'utilité d'ordre 2. Celui-là propose de comparer les impacts de deux transferts d'ordre 2 ; il ne pose pas de contrainte quant à l'impact de ces transferts sur le bien-être social. Le principe des transferts d'ordre 3 pourrait caractériser des jugements de valeur distributifs assez différents de l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis si l'on postulait que des transferts égalisant les utilités détériorent le bien-être social. Dans ce cas, le principe des transferts d'utilité d'ordre 3 postule que l'on doit accorder plus d'importance aux transferts égalisant les utilités entre les individus mieux lotis qu'aux transferts égalisant les utilités entre les moins bien lotis. Un tel jugement est ici nommée l'aversion plus forte à l'*égalité* entre les mieux lotis.

Dans ce chapitre, il est d'abord intéressant de se pencher sur le *non respect « fort »* comme sur le respect des principes de transfert. Le non respect fort du principe des transferts d'utilité d'ordre 2 est certainement le plus difficile à justifier ; il postule qu'un transfert qui égalise les niveaux d'utilité de deux fractions de tailles égales de la population détériore le bien-être social. On ne respecte pas « fortement » un principe de transfert lorsqu'on considère que le transfert qu'il préconise se traduit par un impact négatif sur le bien-être social. Le non respect fort est qualifié simplement de non respect dans la suite du chapitre. L'objectif est de montrer que plusieurs jugements de valeur distributifs peuvent être caractérisés par le respect de certains principes et le non respect d'autres principes. Trois jugements spécifiques sont retenus : (i) l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, (ii) *l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis*, et (iii) l'aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis. Les FBES qui satisfont le principe des transferts d'utilité d'ordre 2, sans respecter les principes des transferts d'utilité d'ordre 3, expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis. De manière duale, il s'agit de l'aversion « upside » aux inégalités au sens d'Aaberge [2009]. En effet, le respect du principe des transferts d'utilité d'ordre 2 garantit l'aversion aux inégalités. A partir de ce constat, le non respect du principe des transferts d'utilité d'ordre 3 postule qu'on accorde plus d'importance à un transfert égalisant les niveaux d'utilité des mieux lotis qu'à un transfert égalisant les niveaux d'utilité des moins bien lotis. Cette caractérisation est possible, car un théorème établi dans ce chapitre énonce qu'il existe une condition nécessaire et suffisante pour respecter un principe des transferts d'utilité à n'importe quel ordre donné. Ce résultat généralise le théorème 1 de Fishburn et Willig [1984]. [1]

L'ambition de ce chapitre est également la prise en compte des principes des transferts de tous ordres. Les principes des transferts d'ordres supérieurs à 3 sont utiles pour caractériser une multitude de degrés d'adhésion que peuvent susciter les trois jugements cités au préalable. Ces caractérisations rendent intelligible ce qu'Aaberge [2009] nomme le *degré* d'aversion (dans

1. Le théorème de Fishburn et Willig [1984] énonce une condition nécessaire et suffisante pour respecter des principes des transferts d'ordres 2 à s, pour tout entier naturel $s \geqslant 2$.

un cadre dual). A l'ordre 3, il s'agit de pondérer les impacts sur le bien-être social de deux transferts impliquant des fractions de la population de tailles égales. Aux ordres supérieurs à 3, les principes des transferts proposent une pondération des impacts sur le bien-être social de deux transferts impliquant des fractions de tailles différentes. Par exemple, si les FBES exprimant une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis respectent le principe des transferts d'ordre 4, elles accordent plus d'importance au transfert égalisant les niveaux d'utilité de deux individus qu'à un transfert détériorant le bien-être social de six individus mieux lotis. Ces FBES expriment un degré plus élevé d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis que les FBES qui ne respectent que les principes d'ordres 2 et 3. Plus l'ordre du principe des transferts d'utilité est élevé, plus la pondération concerne des transferts impliquant des fractions de la population aux tailles déséquilibrées. En ce sens, plus les FBES citées en exemple respectent des principes des transferts jusqu'à un ordre élevé, plus le degré d'adhésion à l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis est élevé.

La section 2 présente le cadre d'étude. La section 3 s'emploie à démontrer que le théorème 1 de Fishburn et Willig [1984] est généralisable. La section 4 propose une analyse des jugements de valeur distributifs mobilisés par les diverses combinaisons de principes de transfert.

2 Le cadre d'étude

La population, supposée fixe, est $\mathscr{P} := \{1, \dots, n\}$. Une distribution est un vecteur $\mathbf{u} := (u_1, \cdots, u_n)$ où $u_i \in \mathbb{R}_+$, représente le niveau d'utilité de l'individu $i \in \mathscr{P}$. L'ensemble des distributions est :

$$\mathbb{U} := \{\mathbf{u} \mid u_i \in \mathbb{R}_+, \ \forall i \in \mathscr{P}\}.$$

La fonction de répartition $F(u)$ est associée à la distribution $\mathbf{u}$ qui indique la proportion d'individus dont le niveau d'utilité est inférieur ou égal à $u \in \mathbb{R}_+$. Formellement,

$$F(u) := \int_0^u f(v) dv \quad \forall v \in \mathbb{R}_+,$$

avec $f(u)$ la densité associée à la distribution $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$. Etant données deux distributions $\mathbf{u}^a, \mathbf{u}^b \in \mathbb{U}$, leurs fonctions de densité (répartition) sont notées f^a et f^b (F^a et F^b), respectivement.

Nous supposons que tous les délibérateurs (ici les individus de la population en position de délibérateur) classent les distributions de $\mathbb{U}$ au moyen d'une fonction de bien-être social additivement séparable telle que :

$$\text{(H1')} \qquad W(\mathbf{u}) := \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n}\right) g(u_i) \equiv \int_{\mathbb{R}_+} g(u)\ f(u)\ du.$$

L'image de $g(u)$ représente la valeur éthique de l'utilité u, telle que déterminée par un délibérateur. La fonction g représente ses jugements de valeur distributifs. Cette fonction est supposée s fois continûment différentiable : $g \in \mathscr{C}^s$. Par hypothèse, $g^{(1)}(u) > 0$; on suppose donc que les délibérateurs respectent le principe de Pareto fort, *i.e.* ils considèrent qu'un accroissement d'utilité améliore le bien-être social.

Comme aux chapitres précédents, un accroissement d'utilité est présenté comme un transfert positif d'utilité d'ordre 1. De plus, les transferts d'utilité d'ordres supérieurs à 1 sont définis de manière récursive.

Définition 1. ***Transfert d'utilité d'ordre*** $\mathbf{s+1}$. *Pour toute distribution* $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ *et pour tout* $u \in \mathbb{R}_+$ *; un transfert positif [négatif] d'utilité d'ordre* $s+1$ *est défini comme suit :*

$$[-]T^{s+1}(\alpha, u, \delta) := [-]T^s(\alpha, u, \delta) + (-[+]T^s(\alpha, u+\delta, \delta))\,,\ \ s \in \mathbb{N}_+,$$

tel que, pour tout $t \in \{0, \ldots, s+1\}$ *et* t *étant pair [impair],*

$$\text{(E')} \qquad \binom{s+1}{t} \alpha \in]0, f(y+t\delta)],\ \ \delta > 0.$$ [2]

Un transfert $T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ implique une variation du bien-être social notée :

$$\begin{aligned} \Delta W(T^{s+1}(\alpha, u, \delta)) &:= \int_0^\infty g(u)\left[f(u) + T^{s+1}(\alpha, u, \delta)\right] du - \int_0^\infty g(u) f(u) du \\ &= \sum_{t=0}^{s+1} (-1)^{t+1} \binom{s+1}{t} \alpha g\left(u + t\delta\right). \end{aligned} \tag{1}$$

Le principe des transferts d'ordre $s+1$ postule qu'un transfert $T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ améliore le bien-être social. Formellement, les principes de transfert sont définis comme suit.

Définition 2. Principe des transferts d'ordre $\mathbf{s+1}$ [UTP^{s+1}] : *Pour toute distribution* $\mathbf{u} \in \mathbb{U}$ *; W satisfait le principe des transferts d'utilité d'ordre* $s+1$ *si et seulement si :*

$$\Delta W(T^{s+1}(\alpha, u, \delta)) > 0,\ \ s \in \mathbb{N}_+. \tag{2}$$

2. Tous les transferts sont construits de telle sorte qu'à chaque niveau d'utilité $u+t\delta$ concerné, une fraction déterminée passe de $u+t\delta$ à un autre niveau ou bien une fraction déterminée passe d'un autre niveau à $u+t\delta$. Des « départs » et des « arrivées » ne peuvent en aucun cas être enregistrés à un même niveau d'utilité.

En analysant un transfert positif d'ordre 3 (*cf.* figure II.5, chapitre II), on observe que les niveaux d'utilité $u+\delta$ et $u+3\delta$ enregistrent des arrivées, alors que u et $u+2\delta$ enregistrent des départs. De manière générale, pour un transfert positif, si t est pair, le niveau $u+t\delta$ enregistre un ou plusieurs départs ; a contrario, si t est impair, le niveau en question enregistre une ou plusieurs arrivées. En termes précis, un transfert positif $T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ fait évoluer la part de la population dotée d'une utilité de $u+t\delta$ à hauteur de $(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}\alpha$, pour tout $t \in \{0, \ldots, s+1\}$.

De la même manière, un transfert négatif impose des départs aux niveaux $u+t\delta$, si t est pair, et des arrivées aux niveaux $u+t\delta$, si t est impair. Un transfert négatif $T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ fait évoluer la part de la population dotée d'une utilité de $u+t\delta$ à hauteur de $(-1)^t\binom{s+1}{t}\alpha$, pour tout $t \in \{0, \ldots, s+1\}$. Ces précisions sont nécessaires pour comprendre l'intérêt de la condition (E') de la définition 1. Celle-ci postule que la fraction qui passe d'un niveau d'utilité à un autre soit au plus aussi grande que la part de la population dotée du niveau d'utilité en question. Cette condition permet aux transferts de Fishburn et Willig [1984] d'être bien définis.

3 Principes de transfert et lemme de Choquet

Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002, théorème 1] démontrent que la concavité de la fonction g n'est pas nécessaire pour respecter UTP[3]. A ce propos, les auteurs utilisent le lemme de Choquet [1954] sur les différences successives. Dans cette section, nous démontrons qu'il est possible de généraliser le résultat de Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] afin de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour que des FBES (H1') respectent un principe des transferts, quel que soit leur ordre.

Par définition, une différence « avant » de premier ordre de $g(u)$ est définie comme suit :

$$\Delta_1(u, a_1) := g(u + a_1) - g(u),\ \forall a_1 > 0.$$

De manière récursive, la différence avant de deuxième ordre est :

$$\Delta_2(u, a_1, a_2) := \Delta_1(u + a_2, a_1) - \Delta_1(u, a_1),\ \forall a_1, a_2 > 0.$$

Plus généralement, pour $t \in \{1, \ldots, s+1\}$, la différence avant d'ordre $s+1$ est :

$$\Delta_{s+1}(u, a_1, \ldots, a_{s+1}) := \Delta_s(u + a_{s+1}, a_1, \ldots, a_s) - \Delta_s(u, a_1, \ldots, a_s),\ \forall a_t > 0. \tag{3}$$

Choquet [1954] démontre que si la dérivée d'ordre $s+1$ de la fonction g est supérieure [inférieure] ou égale à zéro, alors la différence avant d'ordre $s+1$ de g est supérieure [inférieure] ou égale à zéro.

Lemma 3.1. Choquet (1954, p. 149) : *Pour $s \in \mathbb{N}_+$ et $t \in \{1, \ldots, s+1\}$:*

$$\left[(-1)^{s+1} g^{(s+1)}(u) \leqslant 0\right] \Longrightarrow \left[(-1)^{s+1} \Delta_{s+1}(u, a_1, \ldots, a_{s+1}) \leqslant 0, \forall a_t > 0\right].$$

Considérons un cas particulier de la différence avant d'ordre $s+1$ de g en posant $a_1 = \ldots = a_{s+1} = \delta$. On obtient :

$$\Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta) = \sum_{t=0}^{s+1} (-1)^t \begin{pmatrix} s+1 \\ t \end{pmatrix} g\left(u + (s+1-t)\delta\right). \tag{4}$$

A partir de (1) et (4), nous avons :

(R1) si $(-1)^{s+1} < 0$, alors $\alpha \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta) = \Delta W(T^{s+1}(\alpha, u, \delta))$,

(R2) si $(-1)^{s+1} \geqslant 0$, alors $\alpha \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta) = \Delta W(-T^{s+1}(\alpha, u, \delta))$.

La différence avant d'ordre $s+1$ multipliée à α, $\alpha\Delta_{s+1}$, caractérise l'impact sur le bien-être social d'un transfert $T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ si s est impair (remarque (R1)) ; elle caractérise l'impact sur le bien-être social d'un transfert $-T^{s+1}(\alpha, u, \delta)$ si s est pair (remarque (R2)).

Lemma 3.2. *L'équation suivante est vérifiée pour tout $s \in \mathbb{N}_+$:*

$[\mathbf{H}^{s+1}]$: $\Delta W(T^{s+1}(\alpha, u, \delta)) = (-1)^s \alpha \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta)$.

Démonstration. Le lemme est démontré par récurrence, *i.e.* nous démontrons premièrement que l'hypothèse $\mathbf{H}^{s+1}$ est vraie pour $s = 1$, ensuite, nous démontrons que si $\mathbf{H}^{s+1}$ est supposé vraie pour tout s, alors $\mathbf{H}^{s+2}$ est vraie.
Posons $s = 1$, avec $a \to 0$,

$$\begin{aligned}
\Delta W(T^2(\alpha, u, \delta)) &= \int_0^{u-a} g(v)f(v)dv + g(u)[f(u) - \alpha] \\
&+ \int_{u+a}^{u+\delta-a} g(v)f(v)dv + g(u+\delta)[f(u+\delta) + 2\alpha] \\
&+ \int_{u+\delta+a}^{u+2\delta-a} g(v)f(v)dv + g(u+2\delta)[f(u+2\delta) - \alpha] \\
&+ \int_{u+2\delta+a}^{\infty} g(v)f(v)dv - \int_0^{\infty} g(v)f(v)dv \\
&= (-\alpha)\ g(u) + 2\alpha\ g(u+\delta) - \alpha\ g(u+2\alpha) \\
&= (-\alpha)\,[g(u+2\alpha) - g(u+\delta) - [g(u+\delta) - g(u)]] \\
&= (-\alpha)\,[\Delta_1(u+\delta, \delta) - \Delta_1(u, \delta)] = (-1)^{2-1}\alpha\ \Delta_2(u, \delta, \delta).
\end{aligned}$$

Donc, $\mathbf{H}^2$ est vérifiée.

Supposons maintenant que $\mathbf{H}^{s+1}$ soit vraie dans le but de montrer que $\mathbf{H}^{s+2}$ est vérifiée :

$$\begin{aligned}
&\Delta W(T^{s+1}(\alpha, u, \delta)) = (-1)^s\alpha\ \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta) \\
\Longleftrightarrow &\int_0^{\infty} g(v)\left[f(v) + T^{s+1}(\alpha, u, \delta)\right]dv - \int_0^{\infty} g(v)f(v)dv = (-1)^s\alpha\ \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta) \\
\Longleftrightarrow &\int_0^{\infty} g(v)T^{s+1}(\alpha, u, \delta)dv = (-1)^s\alpha\ \Delta_{s+1}(u, \delta, \ldots, \delta)
\end{aligned}$$

Nous avons alors :

$$\begin{aligned}
&\Delta W(T^{s+2}(\alpha, u, \delta)) = \int_0^{\infty} g(v)[f(v) + T^{s+2}(\alpha, u, \delta)]dv - \int_0^{\infty} g(v)f(v)dv \\
&= \int_0^{\infty} g(v)T^{s+2}(\alpha, u, \delta)dv = \int_0^{\infty} g(v)[T^{s+1}(\alpha, u, \delta) - T^{s+1}(\alpha, u+\delta, \delta)]dv \\
&= \int_0^{\infty} g(v)T^{s+1}(\alpha, u, \delta)dv - \int_0^{\infty} g(v)T^{s+1}(\alpha, u+\delta, \delta)dv. \qquad (5)
\end{aligned}$$

Puisque $\mathbf{H}^{s+1}$ est supposée vraie, alors :

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty g(v)T^{s+1}(\alpha,u,\delta)dv - \int_0^\infty g(v)T^{s+1}(\alpha,u+\delta,\delta)dv\\
&= (-1)^s\alpha\Delta_{s+1}(u,\delta,\dots,\delta) - (-1)^s\alpha\Delta_{s+1}(u+\delta,\delta,\dots,\delta)\\
&= (-1)^{s+1}\alpha\Delta_{s+1}(u+\delta,\delta,\dots,\delta) + (-1)^{s+1}\alpha\Delta_{s+1}(u,\delta,\dots,\delta)\\
&= (-1)^{s+1}\alpha\Delta_{s+2}(u,\delta,\dots,\delta).
\end{aligned}$$

L'hypothèse $\mathbf{H}^{s+1}$ a été démontrée pour $s=1$ et l'hypothèse $\mathbf{H}^{s+2}$ a été démontrée lorsque $\mathbf{H}^{s+1}$ est supposée vraie, donc $\mathbf{H}^{s+1}$ est vérifiée. □

En se basant sur le lemme 3.2, si la $s+1$ième dérivée successive de la fonction g est positive [resp. négative] et s est impair [resp. pair], alors un transfert $T^{s+1}(\alpha,u,\delta)$ améliore le bien-être social. A partir de ce constat, le signe de la $s+1$ième dérivée successive de la fonction g fournit une condition nécessaire et suffisante pour que des FBES (H1') respectent le principe des transferts d'ordre $s+1$.

Théorème 3.1. *Pour $s\in\mathbb{N}$ et $u\in\mathbb{R}_+$, les deux assertions suivantes sont équivalentes :*
(i) *W respecte [ne respecte pas]* UTP^{s+1} *;*
(ii) $(-1)^{s+1}g^{(s+1)}(u) < [>] 0$.

Démonstration. Rappelons que W satisfait UTP^{s+1} si et seulement si :

$$\Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta)) > 0.$$

[(i) $\Longrightarrow$ (ii)] Utilisons la notation suivante pour l'implication ci-dessous à l'ordre $s+1$:

$$[\mathbf{H^{s+1}}] : \Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta)) > 0 \Longrightarrow (-1)^{s+1}g^{(s+1)}(u) < 0.$$

L'implication est démontrée par récurrence, *i.e.*, nous démontrons que l'hypothèse H^{s+1} est vérifiée pour $s=1$, ensuite, nous démontrons que si H^{s+1} est supposée vraie pour tout s, alors H^{s+2} est vraie. A partir de (1), nous savons que :

$$\Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta)) > 0 \Longleftrightarrow \sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\begin{pmatrix} s+1\\ t\end{pmatrix}\alpha g\left(u+t\delta\right) > 0.$$

Posons $s=1$, avec $\alpha>0$, nous avons :

$$\sum_{t=0}^{1+1}(-1)^{t+1}\begin{pmatrix} 1+1\\ t\end{pmatrix}\alpha g\left(u+t\delta\right) > 0$$

$$\Longleftrightarrow\ -g(u)+2g(u+\delta)-g(u+2\delta) > 0 \tag{6}$$

$$\Longleftrightarrow g(u+\delta)-g(u)-[g(u+2\delta)-g(u+\delta)] > 0. \tag{7}$$

En divisant par δ^2, on obtient :

$$-\frac{\frac{g(u+2\delta)-g(u+\delta)}{\delta}-\frac{g(u+\delta)-g(u)}{\delta}}{\delta}>0.$$

Avec $\delta \to 0$, on obtient :

$$-\lim_{\delta\to 0}\left[\frac{\lim\limits_{\delta\to 0}\frac{g(u+2\delta)-g(u+\delta)}{\delta}-\lim\limits_{\delta\to 0}\frac{g(u+\delta)-g(u)}{\delta}}{\delta}\right]>0.$$

Cela implique :

$$\begin{aligned}
-\lim_{\delta\to 0}\left[\frac{g^{(1)}(u+\delta)-g^{(1)}(u)}{\delta}\right] &> 0\\
\implies (-1)^1 g^{(2)}(u) &> 0\\
\iff (-1)^2 g^{(2)}(u) &< 0.
\end{aligned}$$

L'hypothèse H^2 est donc vérifiée. Supposons maintenant que H^{s+1} soit vraie dans le but de montrer que H^{s+2} est vérifiée. Par le respect de UTP^{s+2}, on retrouve :

$$\Delta W(T^{s+2}(\alpha,u,\delta))>0$$

Selon la définition 2, on a :

$$\Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta)-T^{s+1}(\alpha,u+\delta,\delta))>0$$

En réutilisant (1), cela donne :

$$\begin{aligned}
&\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+t\delta\right)-\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+\delta+t\delta\right)>0\\
\iff &\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+t\delta\right)>\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+\delta+t\delta\right). \qquad (8)
\end{aligned}$$

L'inéquation (8) peut se réécrire comme :

$$\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+t\delta\right)>\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\binom{s+1}{t}g\left(u+\delta+t\delta\right)>0 \qquad (9)$$

Par hypothèse de récurrence H^{s+1} :

$$\sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\begin{pmatrix} s+1 \\ t \end{pmatrix} g\left(u+t\delta\right)>0 \implies (-1)^{s}g^{(s+1)}(u)>0 \tag{10}$$

$$\text{et } \sum_{t=0}^{s+1}(-1)^{t+1}\begin{pmatrix} s+1 \\ t \end{pmatrix} g\left(u+\delta+t\delta\right)>0 \implies (-1)^{s}g^{(s+1)}(u+\delta)>0. \tag{11}$$

A partir de (10) et (11), (9) devient :

$$\begin{aligned} &(-1)^{s}g^{(s+1)}(u)>(-1)^{s}g^{(s+1)}(u+\delta)>0 \\ \iff &(-1)^{s+1}\left[g^{(s+1)}(u+\delta)-g^{(s+1)}(u)\right]>0. \end{aligned}$$

En divisant par δ, on obtient :

$$(-1)^{s+1}\frac{g^{(s+1)}(u+\delta)-g^{(s+1)}(u)}{\delta}>0.$$

Avec $\delta\to 0$, on a :

$$\begin{aligned} &(-1)^{s+1}\lim_{\delta\to 0}\left[\frac{g^{(s+1)}(u+\delta)-g^{(s+1)}(u)}{\delta}\right]>0 \\ \iff &(-1)^{s+2}g^{(s+2)}(u)<0. \end{aligned} \tag{12}$$

L'hypothèse H^{s+1} a été démontrée pour $s=1$ et l'hypothèse H^{s+2} a été démontrée lorsque H^{s+1} est supposée vraie. Donc, H^{s+1} est vérifiée.
[(ii) $\implies$ (i)] Supposons que $(-1)^{s+1}g^{(s+1)}(u)<0$. A partir du lemme 3.1, cela implique que :

$$(-1)^{s+1}\Delta_{s+1}(u,a_1,\ldots,a_{s+1})<0, \quad \text{pour } a_1,\ldots,a_{s+1}>0.$$

Donc, avec $\delta>0$,

$$(-1)^{s+1}\Delta_{s+1}(u,\delta,\ldots,\delta)<0.$$

Avec $\alpha>0$, on obtient :

$$(-1)^{s+1}\alpha\Delta_{s+1}(u,\delta,\ldots,\delta)<0.$$

A partir du lemme 3.2, cela implique que :

$$\begin{aligned} &(-1)\Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta))<0 \\ \iff &\Delta W(T^{s+1}(\alpha,u,\delta))>0, \end{aligned}$$

ce qui termine la démonstration.

La démonstration de l'équivalence suivante est analogue :

$$\left[W \text{ ne satisfait pas UTP}^{s+1}\right] \iff \left[(-1)^{s+1} g^{(s+1)}(u) > 0\right].$$

□

Les FBES (H1') respectent un principe des transferts d'ordre pair [resp. impair] si et seulement si la dérivée de g à l'ordre correspondant est strictement positive [resp. négative]. Puisqu'il est possible de déterminer des conditions nécessaires et suffisantes pour respecter chacun des principes de transfert que l'on souhaite définir, des jugements distributifs sont caractérisables en combinant respect et non respect des principes.

4 Interprétations normatives des principes de transfert

Les délibérateurs emploient des FBES qui respectent UTP^2 si et seulement s'ils sont averses aux inégalités. Ils postulent qu'un transfert qui égalise les niveaux d'utilité d'une fraction de la population de 2α améliore le bien-être social.

Définition 1. ***Aversion aux inégalités :*** *Les délibérateurs qui emploient une FBES (H1') sont averses aux inégalités si et seulement si :*

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0.$$

Inversement, les délibérateurs emploient des FBES qui ne respectent pas UTP^2 si et seulement s'ils sont averses à l'égalité. Ils postulent qu'un transfert qui égalise les niveaux d'utilité d'une fraction de 2α détériore le bien-être social. De manière équivalente, les délibérateurs averses à l'égalité postulent qu'un transfert inégalisant les niveaux d'utilité d'une fraction de 2α, *i.e.* $-T^2(\alpha, u, \delta)$, améliore le bien-être social.

Définition 2. ***Aversion à l'égalité :*** *Les délibérateurs qui emploient une FBES (H1') sont averses à l'égalité si et seulement si :*

$$\Delta W\left[-T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0.$$

De plus, plusieurs jugements distributifs sont caractérisés par le respect ou le non respect de principes des transferts d'ordres 2 et 3.

4.1 Interprétations normatives à l'ordre 3 : les jugements de valeur distributifs

Une premier jugement se base sur le respect des principes d'ordres 2 et 3. Les délibérateurs qui respectent ces deux principes expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. [3] Ces délibérateurs accordent plus d'importance à un transfert qui égalise les niveaux d'utilité de 2α qu'à un transfert qui égalise les niveaux d'utilité de 2α dont les individus sont mieux lotis. Puisque les délibérateurs sont averses aux inégalités, $\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0$. Ils ont une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis si et seulement si :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>\Delta W\left[T^2(\alpha,u+\delta,\delta)\right]>0.$$

Un autre jugement repose sur le non respect des principes des transferts d'ordres 2 et 3. Les délibérateurs qui ne respectent pas ces deux principes expriment une aversion plus forte à l'égalité entre les moins bien lotis. Puisque les délibérateurs sont averses à l'égalité, $\Delta W\left[-T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0$. Ils ont une aversion plus forte à l'égalité entre les moins bien lotis si et seulement si :

$$\Delta W\left[-T^2(\alpha,u,\delta)\right]>\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)\right]>0.$$

Les deux jugements présentés constituent des cas où les délibérateurs accordent *plus d'importance aux individus les moins bien lotis.*

Définition 3. ***Plus d'importance aux moins bien lotis :*** *Les délibérateurs qui emploient des FBES (H1') accordent plus d'importance à un transfert opéré entre les individus moins bien lotis si et seulement si :*

$$\Delta W\left[(-1)^jT^2(\alpha,u,\delta)\right]>\Delta W\left[(-1)^jT^2(\alpha,u+\delta,\delta)\right]>0\quad avec\ j\in\mathbb{N}.$$

Si j est impair, la définition caractérise l'aversion plus forte à l'égalité entre les moins bien lotis ; si j est pair, la définition caractérise l'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Cependant, dans le reste du chapitre, nous ne considérons pas le cas de l'aversion plus forte à l'égalité entre les moins bien lotis, car il est extrêmement difficile à défendre au plan éthique. Ce qui a l'avantage de simplifier l'exposition.

Un troisième jugement distributif repose sur le respect de UTP^2 et le non respect de UTP^3. Les délibérateurs respectent UTP^2 et ne respectent pas UTP^3 si et seulement s'ils expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis. Puisque les délibérateurs sont averses aux inégalités, $\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0$. Ils ont une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis si et seulement si :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u+\delta,\delta)\right]>\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0.$$

Un quatrième jugement se base sur le non respect de UTP^2 et le respect de UTP^3. Les délibérateurs ne respectent pas UTP^2 et respectent UTP^3 si et seulement s'ils expriment une aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis. Puisque les délibérateurs sont averses à l'égalité, $\Delta W\left[-T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0$. Ils ont une aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis

3. L'expression « les délibérateurs respectent » permet de synthétiser l'expression « les délibérateurs qui emploient des FBES (H1') qui respectent ».

si et seulement si :

$$\Delta W\left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta)\right] > \Delta W\left[-T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0.$$

L'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis et l'aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis représentent des cas où les délibérateurs accordent *plus d'importance aux individus les mieux lotis.*

Définition 4. ***Plus d'importance aux mieux lotis :*** *Les délibérateurs qui emploient des FBES (H1') accordent plus d'importance à un transfert opéré entre les individus mieux lotis si et seulement si :*

$$\Delta W\left[(-1)^j T^2(\alpha, u+\delta, \delta)\right] > \Delta W\left[(-1)^j T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \quad \textit{avec } j \in \mathbb{N}.$$

Si j est impair, la définition caractérise l'aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis ; si j est pair, la définition caractérise l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis.

Les fonctions de transfert à la Fishburn et Willig [1984] sont avant tout des transferts de fractions de population. Par exemple, un transfert $T^3(\alpha, u, \delta)$ fait migrer une fraction équivalente à 4α de niveaux d'utilité vers d'autres niveaux. Ce transfert est la somme de deux transferts d'ordre 2, chacun modifiant les niveaux d'utilité de 2α. Cette précision est utile pour approcher le degré d'adhésion à un jugement distributif. Ainsi, par exemple, les délibérateurs respectent UTP^2 et UTP^3 si et seulement s'ils ont un degré minimum d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis. Ce degré d'aversion pourrait être interprété comme leur disposition à négliger la détérioration du bien-être social de 2α de la population au profit d'une amélioration du bien-être social d'une fraction égale composée d'individus moins bien lotis.

Le respect ou le non respect d'un principe des transferts d'ordre supérieur à 3 est nécessaire pour déterminer si le degré d'adhésion des délibérateurs à un jugement est plus fort ou non que celui exprimé par le respect ou le non respect des principes des transferts d'ordres 2 et 3.

4.2 Interprétations normatives aux ordres supérieurs : les degrés d'adhésion aux jugements de valeur distributifs

Afin de représenter les jugements distributifs à des degrés plus forts, il faut choisir un cadre dans lequel nous pouvons présenter la disposition à négliger l'évolution du bien-être social d'une fraction *supérieure* à 2α au profit d'une amélioration (ou d'une détérioration) du bien-être social de 2α. La fraction supérieure à 2α est ici la *majorité*, celle qui est égale à 2α regroupe la *minorité*. Le respect et/ou le non respect des principes des transferts d'ordres supérieurs à 3 sont nécessaires pour déterminer le degré d'adhésion à un jugement dans la mesure où plus un transfert est d'ordre élevé, plus il implique une fraction de taille élevée. En effet, la fraction impliquée par un transfert d'ordre $s+1$ est équivalente à $2^s\alpha$. Considérons d'abord un transfert $T^4(\alpha, u, \delta)$. Ce transfert modifie les niveaux d'utilité de 8α de la population, il peut s'exprimer comme la somme de deux transferts d'ordre 2 et d'un transfert d'ordre 3 :

$$T^4(\alpha,u,\delta) = T^2(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u+\delta,\delta) - T^3(\alpha,u+\delta,\delta), \tag{13}$$

ou encore, comme présenté à la figure IV.1 :

$$T^4(\alpha,u,\delta) = T^2(\alpha,u,\delta) + T^4(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u,\delta). \tag{14}$$

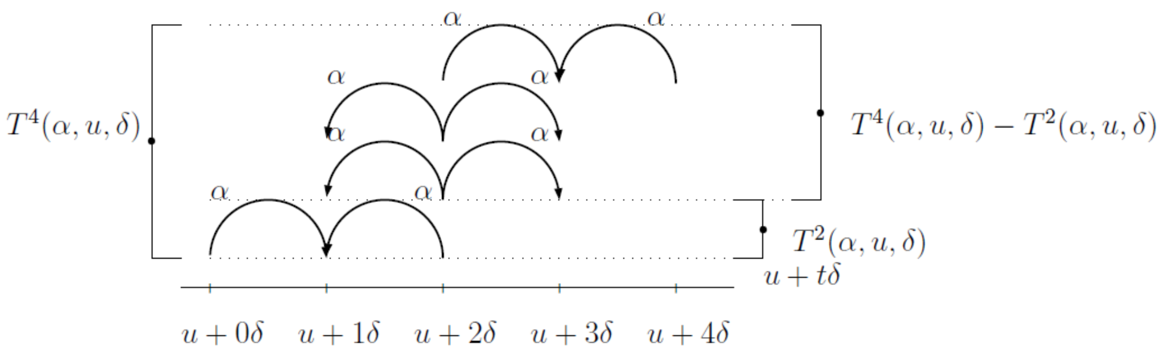

Figure IV.1 – Transfert positif d'utilité d'ordre 4

Les deux expressions sont utiles à la compréhension. Considérons que des délibérateurs jugent qu'un transfert $T^4(\alpha,u,\delta)$ améliore le bien-être social, alors :

$$\underbrace{\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta)\right]}_{8\alpha} = \underbrace{\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]}_{2\alpha} + \underbrace{\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u,\delta)\right]}_{6\alpha} > 0. \tag{15}$$

Afin d'interpréter ce qui motive les délibérateurs à respecter UTP^4, nous devons d'abord déterminer le jugement distributif auquel ils adhèrent. Supposons qu'ils expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, alors :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] > 0, \tag{16}$$

$$\text{et } \Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta) - T^3(\alpha,u+\delta,\delta)\right] = \Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u,\delta)\right] < 0. \tag{17}$$

Les délibérateurs considèrent que les impacts (16) et (17) jouent en sens opposés : le premier est positif tandis que le second est négatif. Selon eux, un transfert $T^4(\alpha,u,\delta)$ améliore le bien-être social car, sans ambigüité, l'impact (16) est d'une ampleur plus élevée que l'impact (17). Formellement,

$$\underbrace{\left|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]\right|}_{2\alpha} > \underbrace{\left|\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u,\delta)\right]\right|}_{6\alpha}. \tag{18}$$

Les délibérateurs manifestent un degré d'aversion plus fort aux inégalités entre les moins bien lotis, qui est représenté par leur disposition à négliger une détérioration du bien-être social de

6α concernés par (17) au profit d'une amélioration du bien-être social de 2α due au transfert $T^2(\alpha, u, \delta)$. La fraction de 6α est la *majorité d'ordre* 4, et 2α est la minorité. Si les délibérateurs respectent UTP^2, UTP^3 et UTP^4, selon eux, la majorité d'ordre 4 est négligeable. Le degré d'importance accordée aux moins bien lotis dans l'exemple est plus fort que celui qui est exprimé lorsque des délibérateurs respectent UTP^2 et UTP^3, mais le jugement distributif reste le même dans les deux cas.

Pour compléter le tour d'horizon des jugements distributifs, les délibérateurs négligent la majorité d'ordre 4 si et seulement si : (i) ils respectent UTP^2, UTP^3 et UTP^4 ou (ii) ils respectent UTP^2 et UTP^4 mais ne respectent pas UTP^3 ou (iii) ils ne respectent pas UTP^2 et UTP^4 mais respectent UTP^3. [4]

4. Il est possible que le respect de UTP^4 soit motivé par un degré donné d'aversion plus fort aux inégalités entre les mieux lotis. Des délibérateurs avec un tel jugement considèrent qu'un transfert $T^4(\alpha, u, \delta)$ améliore le bien-être social. Ce transfert peut être exprimé comme une somme de deux transferts d'ordre 2 et un transfert d'ordre 3 qui est assez différente de (13) :

$$T^4(\alpha, u, \delta) = T^3(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+\delta, \delta) + T^2(\alpha, u+2\delta, \delta), \tag{19}$$

ou encore,

$$T^4(\alpha, u, \delta) = T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta) + T^2(\alpha, u+2\delta, \delta). \tag{20}$$

Les délibérateurs respectent UTP^4 si et seulement si :

$$\underbrace{\Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta)\right]}_{8\alpha} = \underbrace{\Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]}_{6\alpha} + \underbrace{\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]}_{2\alpha} > 0. \tag{21}$$

Si les délibérateurs manifestent une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis, alors :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] > 0, \tag{22}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+\delta, \delta)\right] = \Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] < 0. \tag{23}$$

Selon eux, les impacts (22) et (23) jouent en sens opposés : le premier est positif tandis que le second est négatif. Ainsi, pour les délibérateurs, un transfert $T^4(\alpha, u, \delta)$ améliore le bien-être social car, sans ambigüité, l'impact (22) est d'une ampleur plus élevée que l'impact (23). Formellement,

$$\underbrace{|\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]|}_{2\alpha} > \underbrace{|\Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]|}_{6\alpha}. \tag{24}$$

Les délibérateurs manifestent un degré d'aversion plus fort aux inégalités entre les mieux lotis qui est représenté par leur disposition à négliger une détérioration de bien-être social de 6α concernés par (23) au profit d'une amélioration de bien-être social de 2α due au transfert $T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)$. Si les délibérateurs respectent UTP^2 et UTP^4 mais ne respectent pas UTP^3, selon eux, la majorité d'ordre 4 est négligeable.

Pour compléter le tour d'horizon des cas où les délibérateurs négligent la majorité d'ordre 4, il faut présenter un degré d'aversion plus fort à l'égalité entre les mieux lotis. Auquel cas,

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] < 0, \tag{25}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+\delta, \delta)\right] = \Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] > 0. \tag{26}$$

Selon des délibérateurs avec un tel jugement, les impacts (25) et (26) jouent en sens opposés : le premier est négatif et le second est positif. Il est possible que le non respect de UTP^4 soit motivé par un degré donné d'adhésion à ce jugement. Dans ce cas, pour les délibérateurs, un transfert $T^4(\alpha, u, \delta)$ détériore le bien-être social car, sans ambigüité, l'impact (25) est d'une ampleur plus élevée que l'impact (26). Formellement,

$$\underbrace{|\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]|}_{2\alpha} > \underbrace{|\Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]|}_{6\alpha}. \tag{27}$$

Les délibérateurs manifestent un degré d'aversion plus fort à l'égalité entre les mieux lotis qui est représenté par leur disposition à négliger une amélioration de bien-être social de 6α concernés par (26) au profit d'une détérioration de bien-être social de 2α due au transfert $T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)$. Si les délibérateurs ne respectent pas UTP^2 et UTP^4 mais respectent UTP^3, selon eux, la majorité d'ordre 4 est négligeable.

Il est possible de caractériser un degré d'adhésion plus fort à un jugement distributif en déterminant si les délibérateurs respectent ou non UTP^5. Supposons, par exemple, que le respect de UTP^5 soit motivé par un degré donné d'aversion plus fort à l'égalité entre les mieux lotis. De tels délibérateurs considèrent qu'un transfert $T^5(\alpha, u, \delta)$ améliore le bien-être social. Ce transfert peut s'exprimer comme une somme de deux transferts d'ordre 2, d'un transfert d'ordre 3 et d'un transfert d'ordre 4 :

$$T^5(\alpha, u, \delta) = T^4(\alpha, u, \delta) - T^3(\alpha, u + \delta, \delta) + T^2(\alpha, u + 2\delta, \delta) - T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta), \qquad (28)$$

ou encore :

$$T^5(\alpha, u, \delta) = T^5(\alpha, u, \delta) - \left(-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right) + \left(-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right). \qquad (29)$$

Les délibérateurs respectent UTP^5 si et seulement si :

$$\begin{aligned} \underbrace{\Delta W \left[T^5(\alpha, u, \delta)\right]}_{16\alpha} &= \underbrace{\Delta W \left[T^5(\alpha, u, \delta) - \left(-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right)\right]}_{14\alpha} \\ &\quad + \underbrace{\Delta W \left[-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right]}_{2\alpha} > 0. \qquad (30) \end{aligned}$$

Si les délibérateurs ont une aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis et s'ils négligent la majorité d'ordre 4, alors :

$$\begin{aligned} & \Delta W \left[-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right] > 0, \qquad (31) \\ \text{et } & \Delta W \left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^3(\alpha, u + \delta, \delta) + T^2(\alpha, u + 2\delta, \delta)\right] \\ = \; & \Delta W \left[T^5(\alpha, u, \delta) - \left(-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right)\right] < 0. \qquad (32) \end{aligned}$$

Selon eux, les impacts (31) et (32) jouent en sens opposés : le premier est positif tandis que le second est négatif. Ainsi, pour les délibérateurs, un transfert $T^5(\alpha, u, \delta)$ améliore le bien-être social car, sans ambigüité, l'impact (31) est d'une ampleur plus élevée que l'impact (32). Formellement,

$$\underbrace{|\Delta W \left[-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right]|}_{2\alpha} > \underbrace{|\Delta W \left[T^5(\alpha, u, \delta) - \left(-T^2(\alpha, u + 3\delta, \delta)\right)\right]|}_{14\alpha}. \qquad (33)$$

Les délibérateurs manifestent un degré d'aversion plus fort à l'égalité entre les mieux lotis qui est représenté par leur disposition à négliger une détérioration du bien-être social de 14α concernés par (32) au profit d'une amélioration du bien-être social de 2α due au transfert $-T^2(\alpha, u+3\delta, \delta)$. La fraction de 14α est la *majorité d'ordre* 5. Ainsi, si les délibérateurs ne respectent ni UTP^2 ni UTP^4, mais respectent UTP^3 et UTP^5, selon eux, la majorité d'ordre 5 est négligeable.

Plus généralement, la *négligence de la majorité d'ordre* $s+1$ est présentée comme la disposition des délibérateurs à négliger l'évolution du bien-être social d'une fraction de taille croissante en fonction de s, au profit de l'évolution du bien-être social d'une fraction d'importance relativement décroissante (2α).

Définition 5. ***Négligence de la majorité d'ordre*** $\mathbf{s+1}$: *Pour tout $k \in \{3, \ldots, s\}$, les délibérateurs qui emploient une FBES (H1') considèrent sans ambigüité que*

$$|\Delta W \left[(-1)^t T^2(\alpha, u+t\delta, \delta)\right]| > |\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - \left((-1)^t T^2(\alpha, u+t\delta, \delta)\right)\right]|,$$

avec $t = 0$ dans le cas où ils accordent plus d'importance aux moins bien lotis ;
avec $t = k-1$ dans les cas où ils accordent plus d'importance aux mieux lotis.

La négligence de la majorité d'ordre $s+1$ représente un degré d'adhésion plus fort à un jugement distributif que la négligence de la majorité d'ordre s. Ainsi, si la négligence de la majorité d'ordre $s+1$ est respectée, la négligence de la majorité d'ordre s l'est aussi.

Le théorème 1 de Fishburn et Willig [1984] a permis d'établir une équivalence entre le respect de principes des transferts d'ordres 2 jusqu'à $s+1$ et l'alternance en signe des $s+1$ premières dérivées successives de g. De la même manière, il existe une équivalence entre le degré d'adhésion à un jugement distributif (défini par l'ordre de négligence), et une condition qui généralise l'alternance en signe des dérivées successives de g.

Théorème 4.1. *Pour $s \in \mathbb{N}_+$ tel que $s > 3$, les deux assertions suivantes sont équivalentes :*
(i) Il y a négligence de la majorité d'ordre $s+1$;
(ii) $(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) < 0, \ \forall k \in \{1, \ldots, s\}$
avec $a \in \mathbb{N}_+$ et $b = 0$ dans le cas où les délibérateurs accordent plus d'importance aux moins bien lotis ;
avec $a \in \mathbb{N}_+$ et $b = a$ dans les cas où ils accordent plus d'importance aux mieux lotis.

Démonstration. La preuve se trouve en annexes. □

Selon le théorème 4.1, les délibérateurs qui expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis, négligent la majorité d'ordre $s+1$ si et seulement si les $s+1$ premières dérivées successives de g alternent en signe. Ce théorème caractérise divers degrés d'adhésion à deux autres jugements distributifs. Les délibérateurs qui expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis, négligent la majorité d'ordre $s+1$ si et seulement si les dérivées successives de g d'ordre 2 à $s+1$ sont négatives. Enfin, les délibérateurs qui expriment une aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis, négligent la majorité d'ordre $s+1$ si et seulement si les $s+1$ premières dérivées successives de g sont positives.

Si la majorité n'est pas négligée à un ordre donné, *i.e.* si la négligence de la majorité à un ordre donné n'est pas respectée, les délibérateurs posent une limite au degré d'adhésion à leur jugement distributif. Inversement, si les délibérateurs considèrent que la majorité est toujours négligée, ils manifestent un degré infini d'importance pour les moins bien lotis ou les mieux lotis de la population. A titre d'illustration, trois cas limites se présentent : [5]

5. Les résultats du chapitre sont valides pour un ensemble fini de transferts.

(i) si les délibérateurs respectent tous les principes des transferts d'ordre impair et ne respectent aucun principe des transferts d'ordre pair jusqu'à l'ordre $s+1$ avec $s+1 \to \infty$, ils défendent le critère du leximax. Ils expriment une aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis à un degré infini. Clairement, ces délibérateurs ont pour objectif d'accroître le niveau d'utilité du mieux loti de la population.

(ii) Si les délibérateurs respectent tous les principes des transferts jusqu'à l'ordre $s+1$ avec $s+1 \to \infty$, ils défendent le critère du leximin. Ils expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les moins lotis à un degré infini. Clairement, ces délibérateurs ont pour objectif d'accroître le niveau d'utilité du moins bien loti de la population.

(iii) Si les délibérateurs respectent tous les principes des transferts d'ordre pair et ne respectent aucun principe des transferts d'ordre impair jusqu'à l'ordre $s+1$ avec $s+1 \to \infty$, ils expriment une aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis à un degré infini. Clairement, ces délibérateurs ont pour objectif de détériorer le niveau d'utilité du mieux loti de la population afin de redistribuer.

5 Conclusion

Les questions abordées dans ce chapitre ont donné lieu à peu de travaux jusqu'à présent. En 1984, Fishburn et Willig ont généralisé les principes de transfert. [6] Les principes sont construits de manière récursive car chaque principe inclut les définitions de ceux d'ordres inférieurs. Ce procédé souffre d'une limite car un seul jugement distributif (une aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis) est caractérisable. Les principes de transfert de ce chapitre se fondent sur une logique différente : un principe de transfert préconise des transferts d'ordre correspondant. Seuls les transferts sont construits de manière récursive.

Dix-huit années plus tard, Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] démontrent que le principe des transferts de Kolm [1976] n'est pas un principe plus fort que celui de Pigou-Dalton. D'un côté, le principe de Pigou-Dalton préconise un type de transferts. D'un autre côté, le principe des transferts de Kolm s'exprime sur l'importance relative d'un transfert exposé dans le principe de Pigou-Dalton par rapport à un autre transfert similaire, mais opéré entre des individus mieux lotis. Dans ce chapitre, nous avons affaibli les principes des transferts de Pigou-Dalton et de Kolm mais nous avons conservé la même relation entre les deux principes. A l'ordre $s+1$, un principe des transferts préconise des transferts d'ordre correspondant. A l'ordre $s+2$, un principe des transferts s'exprime sur l'importance relative d'un transfert d'ordre $s+1$ par rapport à un autre transfert similaire, mais opéré entre des individus mieux lotis. Ainsi, un principe des transferts d'ordre $s+2$ n'est ni plus fort ni plus faible qu'un principe des transferts d'ordre $s+1$, pour tout $s \in \mathbb{N}_+$.

A partir de cette relation entre les principes de transfert, nous avons prolongé le théorème 1 de Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] et nous avons généralisé le théorème 1 de Fishburn et

6. Ekern [1980] avait déjà généralisé les degrés d'aversion au risque de façon assez analogue.

Willig [1984] par la même occasion. En effet, le théorème 1 de Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] établit que le signe de la dérivée troisième de la fonction g est positif si et seulement si la FBES additivement séparable respecte le principe des transferts de Kolm. Cette équivalence (avec un principe affaibli) est exposée dans le théorème 3.1 comme un cas particulier à l'ordre 3. Le théorème 3.1 établit que le signe de la dérivée $s+1$ième de la fonction g est une condition nécessaire et suffisante pour que les FBES additivement séparables (ici (H1')) respectent le principe des transferts d'ordre $s+1$. De plus, le théorème 3.1 est plus général que le théorème 1 de Fishburn et Willig [1984]. En juxtaposant les conditions sur la fonction g de l'ordre 2 jusqu'à l'ordre $s+1$, on retrouve la condition nécessaire et suffisante pour respecter tous les principes des transferts d'ordre 2 à $s+1$. Cette équivalence correspond à l'énoncé du théorème de Fishburn et Willig [1984].

En outre, dans ce chapitre, nous avons présenté les conditions pour respecter un principe de transfert mais aussi les conditions pour ne pas le respecter. Cette démarche est analogue à celle de Aaberge [2009], qui présente plusieurs jugements distributifs à partir de principes de transfert compatibles avec des FBES dépendantes du rang des individus dans la distribution. Toutes les combinaisons de respect ou non des principes d'ordres 2 et 3 définissent des jugements de valeur distributifs. Nous avons sélectionné trois jugements : (i) l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis, (ii) l'aversion plus forte aux inégalités entre les mieux lotis, et (iii) l'aversion plus forte à l'égalité entre les mieux lotis.

Dans un cadre où il y a un nombre quelconque de principes de transfert se pose la question du degré d'adhésion à un jugement distributif. En postulant que les FBES sont additivement séparables, le degré d'adhésion à un jugement est représenté par la négligence de la majorité. [7] La négligence de la majorité d'ordre $s+1$ est présentée comme la disposition des délibérateurs à négliger l'évolution du bien-être social d'une fraction (de la population) de taille croissante en fonction de s, au profit de l'évolution du bien-être social d'une fraction de taille relativement décroissante. Cette formalisation permet de délimiter clairement la teneur normative inhérente à l'emploi d'une FBES qui respecte et/ou ne respecte pas un ensemble fini de principes de transfert. Par exemple, en employant une FBES qui respecte tous les principes des transferts d'ordres 2 à 5, les délibérateurs manifestent un degré d'aversion plus forte aux inégalités entre les moins bien lotis tel qu'il serait prêt à négliger le sort de quatorze individus au profit d'une amélioration du bien-être social de deux individus moins bien lotis. En outre, si ces FBES ne respectent pas le principe des transferts d'ordre 6, alors les délibérateurs négligent le sort de deux individus au profit de celui de plus de quatorze (seize précisément). En ce sens, plus les délibérateurs négligent une majorité d'ordre important (donc de taille élevée), plus ils manifestent un degré élevé d'adhésion à un jugement distributif.

Trois cas limites ont été présentés et sont utiles pour avoir un aperçu des possibilités de caractérisation. Parmi ces cas, les FBES respectant tous les principes des transferts jusqu'à un ordre infini défendent le critère du leximin. Cependant, si des FBES respectent (ou non) des principes des transferts jusqu'à un ordre infini, alors elles ne sont pas continues. Car si les FBES sont continues, un transfert concernant une très faible partie de la population ne

7. L'idée de sur-pondérer le sort de quelques individus au détriment du sort de plusieurs autres a déjà été étudiée par Crisp [2003] et Brown [2005]. Cependant, ces auteurs n'ont pas caractérisé l'aversion aux inégalités en termes de principes de transfert.

peut pas avoir un effet très conséquent sur le bien-être social. C'est pourtant ce qui arrive lorsque les délibérateurs négligent toujours la majorité. Apparait ici une tension entre les auteurs qui rejettent toujours la négligence de la majorité et ceux qui souhaitent employer des FBES continues. C'est ainsi, notamment, que les défenseurs du leximin expriment un degré infini d'aversion pour les inégalités parmi les moins bien lotis, alors que les prioritaristes « modérés » considèrent que les FBES doivent être continues. [8]

A l'image d'Aaberge [2009], il est possible de construire des courbes de dominance afin de définir des critères correspondants à chacun des degrés d'adhésion à un jugement distributif. Le théorème 4.1 détermine les sous-classes de FBES (H1') compatibles avec chaque ordre de chaque critère de dominance car il énonce l'équivalence entre une condition sur les dérivées successives de la fonction g et n'importe quel degré d'adhésion aux trois jugements présentés.

6 Annexe

Préambule de la démonstration du théorème 4.1. Dans le cas où l'on accorde plus d'importance aux moins bien lotis (*i.e.* respect de UTP^2 et de UTP^3), il est utile de développer $T^{k+1}(\alpha, u, \delta)$, pour tout $k \in \{2, \dots, s\}$, de la manière suivante. Selon la définition 1 :

$$T^{k+1}(\alpha, u, \delta) = T^2(\alpha, u, \delta) - \sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u + \delta, \delta). \tag{34}$$

Dans les cas où l'on accorde plus d'importance aux mieux lotis, il est utile de développer $T^{k+1}(\alpha, u, \delta)$, pour tout $k \in \{2, \dots, s\}$, de la manière suivante. Selon la définition 1 :

$$T^{k+1}(\alpha, u, \delta) = \sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u + (k-i)\delta, \delta) + (-1)^{k-1} T^2(\alpha, u + (k-1)\delta, \delta). \tag{35}$$

Démonstration. Théorème 4.1. $(i) \Longrightarrow (ii)$

Le théorème concerne les délibérateurs pouvant émettre trois jugements distributifs différents : (a) ceux qui sont averses aux inégalités et accordent plus d'importance aux moins bien lotis (*i.e.* $t = 0$, respect de UTP^2 et UTP^3) ; (b) ceux qui sont averses aux inégalités et accordent plus d'importance aux mieux lotis (*i.e.* $t = k-1$, respect de UTP^2 et non respect de UTP^3) ; (c) ceux qui sont averses à l'égalité et accordent plus d'importance aux mieux lotis (*i.e.* $t = k-1$, non respect de UTP^2 et respect de UTP^3).

(a) Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^2, UTP^3 et la négligence de la majorité d'ordre $s+1$ si et seulement si :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{36}$$

$$\text{et } \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{37}$$

$$\text{et } |\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right]| > |\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u, \delta)\right]|, \ \forall k \in \{3, \dots, s\}. \tag{38}$$

8. Matthew Adler fait partie de la seconde catégorie.

L'hypothèse de récurrence s'énonce comme suit :
[$\mathbf{H^{s+1}}$] : si les FBES (H1') respectent (36), (37) et (38), alors $(-1)^{k+1}g^{(k+1)}(u) < 0$, $\forall k \in \{1, \dots, s\}$.
Nous démontrons que cette implication est vérifiée pour $s = 3$, ensuite, nous démontrons que si cette implication est supposée vraie pour tout s, à $s+1$, alors elle est vérifiée à $s+2$.

A $s = 3$, les FBES (H1') respectent UTP^2, UTP^3 et la Négligence de la majorité d'ordre 4 si et seulement si :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{(37)}$$

$$\text{et } |\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right]| > |\Delta W \left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u, \delta)\right]|. \tag{39}$$

A partir de (36) et (37), on déduit que :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] + \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0, \tag{40}$$

ou encore, selon l'équation (1),

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty g(v) \left[f(v) + T^2(\alpha, u, \delta)\right] dv - \int_0^\infty g(v) f(v) dv \\
+ & \int_0^\infty g(v) \left[f(v) + T^3(\alpha, u, \delta)\right] dv - \int_0^\infty g(v) f(v) dv > 0 \\
\iff & \int_0^\infty g(v) \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] dv + \int_0^\infty g(v) \left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] dv > 0 \\
\iff & \int_0^\infty g(v) \left[T^2(\alpha, u, \delta) + T^3(\alpha, u, \delta)\right] dv > 0 \\
\iff & \int_0^\infty g(v) \left[-T^2(\alpha, u, \delta) - T^3(\alpha, u, \delta)\right] dv < 0 \\
\iff & \int_0^\infty g(v) \left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta) - T^3(\alpha, u+\delta, \delta)\right] dv < 0 \\
\iff & \Delta W \left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta) - T^3(\alpha, u+\delta, \delta)\right] < 0.
\end{aligned} \tag{41}$$

De plus, d'après (34), l'inéquation (39) peut se réécrire comme suit :

$$|\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right]| > |\Delta W \left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta) - T^3(\alpha, u+\delta, \delta)\right]|. \tag{42}$$

Selon la définition de la valeur absolue, (36) implique que :

$$|\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right]| = \Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right].$$

De plus, (41) implique que :

$$|\Delta W \left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta) - T^3(\alpha, u+\delta, \delta)\right]| = -\Delta W \left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta) - T^3(\alpha, u+\delta, \delta)\right].$$

Donc (42) peut se réécrire :

$$\begin{aligned}
&\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] > -\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta) - T^3(\alpha,u+\delta,\delta)\right] \\
\iff &\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] + \Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta) - T^3(\alpha,u+\delta,\delta)\right] > 0. \qquad (43)
\end{aligned}$$

De la même façon que l'on a établit l'équivalence entre (40) et (41), (43) devient :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u+\delta,\delta) - T^3(\alpha,u+\delta,\delta)\right] > 0.$$

D'après la Figure IV.1 et l'équation (13),

$$\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta)\right] > 0.$$

Donc si les FBES (H1') satisfaisant UTP^2 et UTP^3 respectent la Négligence de la majorité d'ordre 4, alors elles respectent UTP^4. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent UTP^2, UTP^3 et UTP^4 si et seulement si $(-1)^{k+1}g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1,2,3\}$. L'hypothèse de récurrence est vérifiée pour $s = 3$.
Détail de l'hypothèse de récurrence : posons que les FBES (H1') respectent UTP^2, UTP^3 et la Négligence de la majorité d'ordre $s+1$, *i.e.* :

$$\begin{aligned}
&\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] > 0 && ((36))\\
\text{et } &\Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right] > 0 && ((37))\\
\text{et } &|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]| > |\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta) - T^2(\alpha,u,\delta)\right]|,\ \forall k \in \{3,\ldots,s\}. && ((38))
\end{aligned}$$

D'après (34), (38) peut se réécrire comme suit :

$$|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]| > \left|\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]\right|,\ \forall k \in \{3,\ldots,s\}. \qquad (44)$$

On suppose que :

$$\left|\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]\right| = -\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right],\ \forall k \in \{3,\ldots,s\}. \qquad (45)$$

D'après la définition de la valeur absolue, l'inéquation (44) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned}
&\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] > -\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right],\ \forall k \in \{3,\ldots,s\} \\
\iff &\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right] + \Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{3,\ldots,s\}, \qquad (46)
\end{aligned}$$

ou encore, selon (1),

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty g(v)\left[f(v)+T^2(\alpha,u,\delta)\right]dv-\int_0^\infty g(v)f(v)dv\\
&+\int_0^\infty g(v)\left[f(v)-\sum_{i=2}^{k}T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]dv-\int_0^\infty g(v)f(v)dv>0,\forall k\in\{3,\dots,s\}\\
\iff&\int_0^\infty g(v)\left[T^2(\alpha,u,\delta)-\sum_{i=2}^{k}T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]dv>0,\forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad (47)
\end{aligned}$$

Selon (1) et (34), (47) devient :

$$\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]>0,\forall k\in\{3,\dots,s\}.$$

Hypothèse de récurrence : on suppose que si les FBES (H1') satisfaisant UTP^2 et UTP^3 respectent la Négligence de la majorité d'ordre $s+1$, alors elles respectent tous les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent tous les UTP jusqu'à l'ordre $s+1$ si et seulement si $(-1)^{k+1}g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\}$.

Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^2, UTP^3 et la Négligence de la majorité d'ordre $s+2$, si et seulement si

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0 \qquad ((36))$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]>0 \qquad ((37))$$

$$\text{et } |\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]|>|\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)-T^2(\alpha,u,\delta)\right]|,\ \forall k\in\{3,\dots,s+1\}. \qquad (48)$$

D'après (34), (48) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned}
&|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]|>\left|\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k}T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]\right|,\ \forall k\in\{3,\dots,s+1\}\\
\iff&|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]|>\left|\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k}T^i(\alpha,u+\delta,\delta)-T^{k+1}(\alpha,u+\delta,\delta)\right]\right|,\\
&\forall k\in\{2,\dots,s\}. \qquad (49)
\end{aligned}$$

De la même façon qu'on a établit l'équivalence entre (46) et (47), (49) devient :

$$\begin{aligned}
&|\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]|>\left|\Delta W\left[-\sum_{i=2}^{k}T^i(\alpha,u+\delta,\delta)\right]+\Delta W\left[-T^{k+1}(\alpha,u+\delta,\delta)\right]\right|,\\
&\forall k\in\{2,\dots,s\}. \qquad (50)
\end{aligned}$$

D'après la définition de la valeur absolue et par hypothèse de récurrence (particulièrement (45) et (36)), nous avons :

$$\Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta) \right] < 0,\ \forall k \in \{2, \ldots, s\} \tag{51}$$

$$\text{et } \Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) \right] > 0,\ \forall k \in \{1, \ldots, s\}. \tag{52}$$

L'inéquation (52) est équivalente à :

$$\begin{aligned} &\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u+\delta, \delta) \right] > 0,\ \forall k \in \{1, \ldots, s\} \\ \iff &\Delta W \left[-T^{k+1}(\alpha, u+\delta, \delta) \right] < 0,\ \forall k \in \{1, \ldots, s\}. \end{aligned} \tag{53}$$

Donc, d'après la définition de la valeur absolue, (51) et (53), (50) devient :

$$\begin{aligned} &\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) \right] > - \left[\begin{array}{c} \Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta) \right] \\ + \Delta W \left[-T^{k+1}(\alpha, u+\delta, \delta) \right] \end{array} \right],\ \forall k \in \{2, \ldots, s\} \\ \iff &\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) \right] \\ &+ \Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta) \right] + \Delta W \left[-T^{k+1}(\alpha, u+\delta, \delta) \right] > 0,\ \forall k \in \{2, \ldots, s\}. \end{aligned} \tag{54}$$

Comme on a établit l'équivalence entre (46) et (47), (54) devient :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) - \sum_{i=2}^{k+1} T^i(\alpha, u+\delta, \delta) \right] > 0,\ \forall k \in \{2, \ldots, s\}. \tag{55}$$

D'après (34), (55) peut se réécrire comme suit :

$$\Delta W \left[T^{k+2}(\alpha, u, \delta) \right] > 0, \forall k \in \{2, \ldots, s\}.$$

A partir de l'hypothèse de récurrence, nous avons démontré que si les FBES satisfaisant UTP^2 et UTP^3 respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+2$, alors elles respectent tous les UTP jusqu'à l'ordre $s+2$. Selon le théorème 3.1, les FBES respectent tous les UTP jusqu'à $s+2$ si et seulement si :

$$(-1)^{k+1} g^{(k+1)}(u) < 0\ \forall k \in \{1, \ldots, s+1\}.$$

L'hypothèse de récurrence est donc vérifiée.

(b) Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^2 et la négligence de la majorité d'ordre $s+1$ mais ne respectent pas UTP^3 si et seulement si :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0 \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0 \tag{56}$$

$$\begin{aligned}&\text{et } |\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|\\&>|\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)-(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|,\ \forall k\in\{3,\dots,s\}.\end{aligned} \tag{57}$$

L'hypothèse de récurrence s'énonce comme suit :
[$\mathbf{H^{s+1}}$] : si les FBES (H1') respectent (36), (56) et (57), alors $g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\}$. Nous démontrons que cette implication est vérifiée pour $s=3$, ensuite, nous démontrons que si cette implication est supposée vraie pour tout s, à $s+1$, alors elle est vérifiée à $s+2$.

A $s=3$, les FBES (H1') respectent UTP^2 et la négligence de la majorité d'ordre 4 mais ne respectent pas UTP^3 si et seulement si :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]>0 \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0 \tag{(56)}$$

$$\text{et } |\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]|>|\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta)-T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]|. \tag{58}$$

A partir de (36) et (56), on déduit que :

$$\Delta W\left[-T^2(\alpha,u,\delta)\right]+\Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0, \tag{59}$$

ou encore, selon l'équation (1),

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty g(v)\left[f(v)-T^2(\alpha,u,\delta)\right]dv-\int_0^\infty g(v)f(v)dv\\&+\int_0^\infty g(v)\left[f(v)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]dv-\int_0^\infty g(v)f(v)dv<0\\\iff&\int_0^\infty g(v)\left[-T^2(\alpha,u,\delta)\right]dv+\int_0^\infty g(v)\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]dv<0\\\iff&\int_0^\infty g(v)\left[-T^2(\alpha,u,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]dv<0\\\iff&\int_0^\infty g(v)\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]dv<0\\\iff&\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0.\end{aligned} \tag{60}$$

De plus, d'après (35), l'inéquation (58) peut se réécrire comme suit :

$$|\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]|>|\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]|. \tag{61}$$

Selon la définition de la valeur absolue, (36) implique que :

$$|\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right]| = \Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right].$$

De plus, (60) implique que :

$$|\Delta W\left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta)+T^3(\alpha, u, \delta)\right]| = -\Delta W\left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta)+T^3(\alpha, u, \delta)\right].$$

Donc (61) peut se réécrire :

$$\begin{aligned} &\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] > -\Delta W\left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta)+T^3(\alpha, u, \delta)\right] \\ \Longleftrightarrow\ &\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta)\right] + \Delta W\left[-T^2(\alpha, u+\delta, \delta)+T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0. \end{aligned} \tag{62}$$

De la même façon que l'on a établit l'équivalence entre (59) et (60), (62) devient :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u+2\delta, \delta) - T^2(\alpha, u+\delta, \delta)+T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0.$$

D'après la Figure IV.1 et l'équation (13),

$$\Delta W\left[T^4(\alpha, u, \delta)\right] > 0.$$

Donc si les FBES (H1') satisfaisant UTP^2 et pas UTP^3 respectent la négligence de la majorité d'ordre 4, alors elles respectent UTP^4. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent UTP^2 et UTP^4 mais ne respectent pas UTP^3 si et seulement si $g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, 2, 3\}$. L'hypothèse de récurrence est vérifiée pour $s = 3$.

Détail de l'hypothèse de récurrence : posons que les FBES (H1') respectent UTP^2 et la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, mais ne respectent pas UTP^3 *i.e.* :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] < 0 \tag{(56)}$$

$$\begin{aligned} &\text{et } |\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]| \\ &> |\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - (-1)^{k-1}T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]|, \\ &\quad \forall k \in \{3, \dots, s\}. \end{aligned} \tag{(57)}$$

D'après (35), (57) peut se réécrire comme suit :

$$\left|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\right| > \left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]\right|,$$
$$\forall k\in\{3,\ldots,s\}. \tag{63}$$

Selon (36), d'après la définition de la valeur absolue, on a :

$$\begin{aligned}&\left|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\right|\\ =\ &(-1)^{k-1}\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right],\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}.\end{aligned} \tag{64}$$

On suppose que :

$$\begin{aligned}&\left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]\right|\\ =\ &(-1)^{k}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right],\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}.\end{aligned} \tag{65}$$

L'inéquation (63) peut donc se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned}&(-1)^{k-1}\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\\ &>(-1)^{k}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right],\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}\\ \Longleftrightarrow\ &(-1)^{k-1}\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\\ &-(-1)^{k}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}\\ \Longleftrightarrow\ &(-1)^{k-1}\Delta W\left[\begin{array}{c}(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\\ +\displaystyle\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\end{array}\right]>0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}.\end{aligned} \tag{66}$$

D'après (1) et (35), (66) devient :

$$(-1)^{k-1}\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]>0,\forall k\in\{3,\ldots,s\}. \tag{67}$$

Lorsque k est pair, $\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]<0$ et lorsque k est impair,
$\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]>0$.
Hypothèse de récurrence : on suppose que si les FBES (H1') satisfaisant UTP^2 mais pas UTP^3 respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, alors elles respectent tous les UTP d'ordre pair, mais elles ne respectent aucun UTP d'ordre impair jusqu'à l'ordre $s+1$. Selon le théorème

3.1, les FBES (H1') respectent tous les UTP d'ordre pair, mais ne respectent aucun UTP d'ordre impair jusqu'à l'ordre $s+1$ si et seulement si $g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \ldots, s\}$.

Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^2 et la négligence de la majorité d'ordre $s+2$, mais ne respectent pas UTP^3 si et seulement si :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0 \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] < 0 \tag{(56)}$$

$$\begin{aligned}&\text{et } |\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]| \\ &> |\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - (-1)^{k-1}T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]|,\ \forall k \in \{3, \ldots, s+1\}.\end{aligned} \tag{68}$$

D'après (35), (68) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned}&|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]| \\ &> \left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta)\right]\right|,\ \forall k \in \{3, \ldots, s+1\} \\ \iff &|\Delta W\left[(-1)^{k}T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right]| \\ &> \left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta) + T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\right|, \\ &\forall k \in \{2, \ldots, s\} \\ \iff &|\Delta W\left[(-1)^{k}T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right]| \\ &> \left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta)\right] + \Delta W\left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\right|, \\ &\forall k \in \{2, \ldots, s\}.\end{aligned} \tag{69}$$

Par hypothèse de récurrence (particulièrement (64) et (65)), nous avons :

$$\begin{aligned}&(-1)^k\Delta W\left[(-1)^{k}T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right] \\ &> (-1)^{k+1}\left[\begin{array}{l}\quad\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta)\right] \\ + \Delta W\left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\end{array}\right],\ \forall k \in \{2, \ldots, s\} \\ \iff &(-1)^k\left[\begin{array}{l}\quad\Delta W\left[(-1)^{k}T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right] \\ + \Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta)\right] \\ + \Delta W\left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\end{array}\right] > 0,\ \forall k \in \{2, \ldots, s\}.\end{aligned} \tag{70}$$

D'après (1) et (35), (70) devient :

$$(-1)^k \Delta W \left[(-1)^k T^2(\alpha, u + k\delta, \delta) + \sum_{i=2}^{k+1} (-1)^{k-i+1} T^i(\alpha, u + (k-i+1)\delta, \delta) \right],$$
$$\forall k \in \{2, \dots, s\}$$
$$\iff (-1)^k \Delta W \left[T^{k+2}(\alpha, u, \delta) \right] > 0, \ \forall k \in \{2, \dots, s\}. \quad (71)$$

Lorsque k est impair, $\Delta W \left[T^{k+2}(\alpha, u, \delta) \right] < 0$ et lorsque k est pair, $\Delta W \left[T^{k+2}(\alpha, u, \delta) \right] > 0$ pour tout $k \in \{2, \dots, s\}$. A partir de l'hypothèse de récurrence, nous avons démontré que si les FBES satisfaisant UTP^2 mais pas UTP^3 respectent la négligence d'ordre $s + 2$, alors elles respectent tous les UTP d'ordre pair et ne respectent aucun UTP d'ordre impair jusqu'à l'ordre $s + 2$. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent tous les UTP d'ordre pair et ne respectent aucun UTP d'ordre impair jusqu'à l'ordre $s + 2$ si et seulement si $g^{(k+1)}(u) < 0, \forall k \in \{1, \dots, s\}$. L'hypothèse de récurrence est donc vérifiée.

(c) Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^3 et la négligence de la majorité d'ordre $s + 1$ mais ne respectent pas UTP^2 si et seulement si :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) \right] < 0 \quad (72)$$
$$\text{et } \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta) \right] > 0 \quad ((37))$$
$$\text{et } \left| \Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u + (k-1)\delta, \delta) \right] \right|$$
$$> \left| \Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - (-1)^{k-1} T^2(\alpha, u + (k-1)\delta, \delta) \right] \right|, \ \forall k \in \{3, \dots, s\}. \quad ((57))$$

L'hypothèse de récurrence s'énonce comme suit :
[$\mathbf{H^{s+1}}$] : si les FBES (H1') respectent (72), (37) et (57), alors $g^{(k+1)}(u) > 0, \ \forall k \in \{1, \dots, s\}$.
Nous démontrons que cette implication est vérifiée pour $s = 3$, ensuite, nous démontrons que si cette implication est supposée vraie pour tout s, à $s + 1$, alors elle est vérifiée à $s + 2$.

A $s = 3$, les FBES (H1') respectent UTP^3 et la négligence de la majorité d'ordre 4 mais ne respectent pas UTP^2 si et seulement si :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) \right] < 0 \quad ((72))$$
$$\text{et } \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta) \right] > 0 \quad ((37))$$
$$\text{et } \left| \Delta W \left[T^2(\alpha, u + 2\delta, \delta) \right] \right| > \left| \Delta W \left[T^4(\alpha, u, \delta) - T^2(\alpha, u + 2\delta, \delta) \right] \right|. \quad ((58))$$

A partir de (72) et (37), on déduit que :

$$\Delta W \left[-T^2(\alpha, u, \delta) \right] + \Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta) \right] > 0, \quad (73)$$

ou encore, selon l'équation (1),

$$\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]>0. \tag{74}$$

De plus, d'après (35), l'inéquation (58) peut se réécrire comme suit :

$$|\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]|>|\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]|. \tag{75}$$

Selon la définition de la valeur absolue, (72) implique que :

$$|\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]|=-\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right].$$

De plus, (74) implique que :

$$|\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]|=\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right].$$

Donc (75) peut se réécrire :

$$\begin{aligned}&-\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]>\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]\\ \Longleftrightarrow\ &\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)\right]+\Delta W\left[-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0. \end{aligned}\tag{76}$$

De la même façon que l'on a établit l'équivalence entre (73) et (74), (76) devient :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u+2\delta,\delta)-T^2(\alpha,u+\delta,\delta)+T^3(\alpha,u,\delta)\right]<0.$$

D'après la Figure IV.1 et l'équation (13),

$$\Delta W\left[T^4(\alpha,u,\delta)\right]<0.$$

Donc si les FBES (H1') satisfaisant UTP^3 et ne satisfaisant pas UTP^2 respectent la négligence de la majorité d'ordre 4, alors elles ne respectent pas UTP^4. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent UTP^3 mais ne respectent pas UTP^2 et UTP^4 si et seulement si $g^{(k+1)}(u)>0,\ \forall k\in\{1,2,3\}$. L'hypothèse de récurrence est vérifiée pour $s=3$.
Détail de l'hypothèse de récurrence : posons que les FBES (H1') respectent UTP^3 et la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, mais ne respectent pas UTP^2 *i.e.* :

$$\Delta W\left[T^2(\alpha,u,\delta)\right]<0 \qquad ((72))$$

$$\text{et } \Delta W\left[T^3(\alpha,u,\delta)\right]>0 \qquad ((37))$$

$$\text{et } |\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|$$

$$>|\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)-(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|,\ \forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad ((57))$$

D'après (35), (57) peut se réécrire comme suit :

$$|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|>\left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]\right|,$$

$$\forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad ((63))$$

Selon (72), d'après la définition de la valeur absolue, on a :

$$|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]|=(-1)^k\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right],$$

$$\forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad (77)$$

On suppose que :

$$\left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]\right|$$

$$=(-1)^{k-1}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right],\ \forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad (78)$$

L'inéquation (63) peut donc se réécrire comme suit :

$$(-1)^k\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]$$

$$>(-1)^{k-1}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right],\ \forall k\in\{3,\dots,s\}$$

$$\iff(-1)^k\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]$$

$$-(-1)^{k-1}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{3,\dots,s\}$$

$$\iff(-1)^k\Delta W\left[\begin{array}{c}(-1)^{k-1}T^2(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\\ +\displaystyle\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^i(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\end{array}\right]>0,\ \forall k\in\{3,\dots,s\}. \qquad (79)$$

D'après (1) et (35), (79) devient :

$$(-1)^k \Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right] > 0, \forall k \in \{3, \ldots, s\}. \tag{80}$$

Lorsque k est pair, $\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right] > 0$ et lorsque k est impair, $\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right] < 0$.
Hypothèse de récurrence : on suppose que si les FBES (H1') satisfaisant UTP^3 mais pas UTP^2 respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, alors elles respectent tous les UTP d'ordre impair, mais elles ne respectent aucun UTP d'ordre pair jusqu'à l'ordre $s+1$. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent tous les UTP d'ordre impair, mais ne respectent aucun UTP d'ordre pair jusqu'à l'ordre $s+1$ si et seulement si $g^{(k+1)}(u) > 0, \ \forall k \in \{1, \ldots, s\}$.

Selon les définitions 2 et 5, les FBES (H1') respectent UTP^3 et la négligence de la majorité d'ordre $s+2$, mais ne respectent pas UTP^2 si et seulement si :

$$\begin{aligned}
&\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] < 0 && ((72))\\
\text{et } &\Delta W \left[T^3(\alpha, u, \delta)\right] > 0 && ((37))\\
\text{et } &|\Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]| \\
> &|\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta) - (-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]|, \ \forall k \in \{3, \ldots, s+1\}. && ((68))
\end{aligned}$$

D'après (35), (68) peut se réécrire comme suit :

$$\begin{aligned}
&|\Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]| \\
&> \left|\Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta)\right]\right|, \ \forall k \in \{3, \ldots, s+1\} \\
\Longleftrightarrow\ &|\Delta W \left[(-1)^{k} T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right]| \\
&> \left|\Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i+1} T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta) + T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\right|, \\
&\forall k \in \{2, \ldots, s\} \\
\Longleftrightarrow\ &|\Delta W \left[(-1)^{k} T^2(\alpha, u+k\delta, \delta)\right]| \\
&> \left|\Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i+1} T^i(\alpha, u+(k-i+1)\delta, \delta)\right] + \Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right]\right|, \\
&\forall k \in \{2, \ldots, s\}. \qquad (81)
\end{aligned}$$

Par hypothèse de récurrence (particulièrement (77) et (78)), nous avons :

$$\begin{aligned}
&(-1)^{k+1}\Delta W\left[(-1)^k T^2(\alpha,u+k\delta,\delta)\right]\\
>\ &(-1)^k\left[\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha,u+(k-i+1)\delta,\delta)\right]+\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]\right],\\
&\forall k\in\{2,\dots,s\}
\end{aligned}$$

$$\iff (-1)^{k+1}\left[\begin{array}{l}\quad\Delta W\left[(-1)^k T^2(\alpha,u+k\delta,\delta)\right]\\ +\,\Delta W\left[\displaystyle\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha,u+(k-i+1)\delta,\delta)\right]\\ +\,\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]\end{array}\right]>0,\ \forall k\in\{2,\dots,s\}. \quad (82)$$

D'après (1) et (35), (82) devient :

$$\begin{aligned}
&(-1)^{k+1}\Delta W\left[\begin{array}{l}\quad(-1)^k T^2(\alpha,u+k\delta,\delta)\\ +\displaystyle\sum_{i=2}^{k+1}(-1)^{k-i+1}T^i(\alpha,u+(k-i+1)\delta,\delta)\end{array}\right],\ \forall k\in\{2,\dots,s\}\\
\iff &(-1)^{k+1}\Delta W\left[T^{k+2}(\alpha,u,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{2,\dots,s\}. \qquad (83)
\end{aligned}$$

Lorsque k est impair, $\Delta W\left[T^{k+2}(\alpha,u,\delta)\right]>0$ et lorsque k est pair, $\Delta W\left[T^{k+2}(\alpha,u,\delta)\right]<0$ pour tout $k\in\{2,\dots,s\}$. A partir de l'hypothèse de récurrence, nous avons démontré que si les FBES satisfaisant UTP^3 mais pas UTP^2 respectent la négligence d'ordre $s+2$, alors elles respectent tous les UTP d'ordre impair et ne respectent aucun UTP d'ordre pair jusqu'à l'ordre $s+2$. Selon le théorème 3.1, les FBES (H1') respectent tous les UTP d'ordre impair et ne respectent aucun UTP d'ordre pair jusqu'à l'ordre $s+2$ si et seulement si $g^{(k+1)}(u)>0,\forall k\in\{1,\dots,s\}$. L'hypothèse de récurrence est donc vérifiée.

Si les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, alors :

$$\begin{aligned}
&(a)\ \ (-1)^{k+1}g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\},\\
\text{ou }&(b)\ \ g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\},\\
\text{ou }&(c)\ \ g^{(k+1)}(u)>0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\}.
\end{aligned}$$

En posant $b=0$ et $a\in\mathbb{N}_+$, la condition (a) peut se réécrire comme suit :

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}}g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\}.$$

En posant $(-1)^b>0$ et $b=a\in\mathbb{N}_+$, la condition (b) devient :

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}}g^{(k+1)}(u)=(-1)^b g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\dots,s\}.$$

En posant $(-1)^b < 0$ et $b = a \in \mathbb{N}_+$, la condition (c) devient :

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) = (-1)^b g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \dots, s\}.$$

De manière générale, si les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, alors, pour $a \in \mathbb{N}_+$,

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \dots, s\}$$

avec $b = 0$ ou $(-1)^b > 0$ et $b = a$ ou $(-1)^b < 0$ et $b = a$.

$(ii) \Longrightarrow (i)$

Supposons que, pour $a \in \mathbb{N}_+$,

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \dots, s\}$$

avec $b = 0$ ou $(-1)^b > 0$ et $b = a$ ou $(-1)^b < 0$ et $b = a$.

(a') Si $b = 0$, alors :

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) = (-1)^{k+1} g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \dots, s\}.$$

A partir du théorème 3.1,

$$\Delta W \left[T^{k+1}(\alpha, u, \delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{1, \dots, s\}. \tag{84}$$

D'après (34), (84) implique que :

$$\begin{aligned} &\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta) - \sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{3, \dots, s\} \\ \Longleftrightarrow\ &\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] + \Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{3, \dots, s\}. \end{aligned} \tag{85}$$

De plus, (84) implique que :

$$\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{3, \dots, s\} \tag{(36)}$$

$$\text{et } \Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta)\right] < 0,\ \forall k \in \{3, \dots, s\}. \tag{86}$$

Ainsi, selon (36) et (86), (85) implique que :

$$\left|\Delta W \left[T^2(\alpha, u, \delta)\right]\right| > \left|\Delta W \left[-\sum_{i=2}^{k} T^i(\alpha, u+\delta, \delta)\right]\right|,$$

$$\forall k \in \{3, \dots, s\}.$$

Les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$.
(b') Si $b=a$, alors :

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}}g^{(k+1)}(u)=(-1)^{b}g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\ldots,s\}.$$

(b'1) Si $(-1)^b>0$, alors :

$$g^{(k+1)}(u)<0,\ \forall k\in\{1,\ldots,s\}. \tag{87}$$

A partir du théorème 3.1, (87) est équivalent à :

$$(-1)^{k-1}\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{1,\ldots,s\}. \tag{88}$$

D'après (35), (88) implique que :

$$(-1)^{k-1}\Delta W\left[\begin{array}{c}(-1)^{k-1}T^{2}(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\\ +\displaystyle\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^{i}(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\end{array}\right]>0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\} \tag{89}$$

$$\begin{aligned}\Longleftrightarrow\ &(-1)^{k-1}\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^{2}(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\\ &+(-1)^{k-1}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^{i}(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}.\end{aligned} \tag{90}$$

Etant donné (87), on sait que :

$$(-1)^{k-1}\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^{2}(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\} \tag{91}$$

$$\text{et } (-1)^{k-1}\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^{i}(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]<0,\ \forall k\in\{3,\ldots,s\}. \tag{92}$$

Ainsi, selon (91) et (92), (90) implique que :

$$\left|\Delta W\left[(-1)^{k-1}T^{2}(\alpha,u+(k-1)\delta,\delta)\right]\right|>\left|\Delta W\left[\sum_{i=2}^{k}(-1)^{k-i}T^{i}(\alpha,u+(k-i)\delta,\delta)\right]\right|,$$

$$\forall k\in\{3,\ldots,s\}.$$

Les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$.
(b'2) Si $(-1)^b<0$, alors :

$$g^{(k+1)}(u)>0,\ \forall k\in\{1,\ldots,s\}. \tag{93}$$

A partir du théorème 3.1, (93) est équivalent à :

$$(-1)^{k}\Delta W\left[T^{k+1}(\alpha,u,\delta)\right]>0,\ \forall k\in\{1,\ldots,s\}. \tag{94}$$

D'après (35), (94) implique que :

$$(-1)^k \Delta W \begin{bmatrix} (-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta) \\ + \displaystyle\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta) \end{bmatrix} > 0,\ \forall k \in \{3, \ldots, s\} \tag{95}$$

$$\begin{aligned} \Longleftrightarrow (-1)^k \Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right] & \\ + (-1)^k \Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta)\right] &> 0,\ \forall k \in \{3, \ldots, s\}. \end{aligned} \tag{96}$$

Etant donné (93), on sait que :

$$(-1)^k \Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right] > 0,\ \forall k \in \{3, \ldots, s\} \tag{97}$$

$$\text{et } (-1)^k \Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta)\right] < 0,\ \forall k \in \{3, \ldots, s\}. \tag{98}$$

Ainsi, selon (97) et (98), (96) implique que :

$$\left|\Delta W \left[(-1)^{k-1} T^2(\alpha, u+(k-1)\delta, \delta)\right]\right| > \left|\Delta W \left[\sum_{i=2}^{k} (-1)^{k-i} T^i(\alpha, u+(k-i)\delta, \delta)\right]\right|,$$
$$\forall k \in \{3, \ldots, s\}.$$

Les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$.
Donc d'après (a') et (b'), si pour $a \in \mathbb{N}_+$,

$$(-1)^{b+(k+1)\times\frac{a-b}{a}} g^{(k+1)}(u) < 0,\ \forall k \in \{1, \ldots, s\}$$

avec $b = 0$ ou $(-1)^b > 0$ et $b = a$ ou $(-1)^b < 0$ et $b = a$, alors les FBES (H1') respectent la négligence de la majorité d'ordre $s+1$, ce qui termine la démonstration. $\square$

Conclusion générale

L'étude des principes de transfert est concernée par divers champs. Puisque ceux-ci caractérisent des jugements de valeur, elle inclut quelques éléments de la littérature méta-éthique concernant la nature des jugements. De plus, l'idée du principe de transfert est sous-jacente dans des axiomes célèbres de l'économie du bien-être tels que l'« équité minimale » de Hammond [1976] repris par d'Aspremont et Gevers [1977], Deschamps et Gevers [1978] et Blackorby, Bossert et Donaldson [2002] entre autres. Selon Adler [2012], le principe des transferts à la Pigou-Dalton fait figure de propriété souhaitable du prioritarisme, la thèse a naturellement inclus ces travaux. Enfin, les principes de transfert sont principalement l'objet d'étude de la littérature sur la mesure des inégalités. Ainsi, les travaux d'Atkinson [1970], Kolm [1976], Fishburn et Willig [1984], et plus récemment, Chateauneuf, Gajdos et Wilthien [2002] et Moyes [2012] ont eu une influence très importante dans la conduite de la thèse.

Plusieurs auteurs de la littérature sur les inégalités ont proposé des principes de transfert d'objets divers (*e.g.* consommation, état de santé, besoins, revenus, etc.). [9] Adler s'est intéressé de plus près aux principes des transferts d'un objet qu'il définit au préalable : le bien-être. C'est à partir de sa définition qu'il clarifie le caractère souhaitable du principe des transferts d'utilité à la Pigou-Dalton. De plus, l'auteur présente le principe des transferts de revenus à la Pigou-Dalton en précisant les conditions selon lesquelles ce dernier peut être employé dans un cadre welfariste.

Cette thèse s'inscrit dans la ligne des travaux d'Adler. En mobilisant une gamme de transferts plus large que celle de l'auteur, elle a étudié les interactions entre les principes des transferts d'utilité et de revenus. *L'objectif était double :* (i) *déceler quels sont les jugements de valeur distributifs nécessairement sous-tendus par les principes des transferts de revenus* afin d'offrir des critères de comparaison entre des FBES qui respectent les principes des transferts d'utilité et celles qui respectent les principes des transferts de revenus ; (ii) *élargir l'exposé de la pluralité des jugements de valeur distributifs et des degrés d'adhérence qu'ils peuvent susciter.*

Avant tout, il a été question de préciser le cadre théorique dans lequel ces principes de transfert ont été employés. Le chapitre I a présenté des notions incontournables lorsqu'on souhaite étudier des transferts ; par exemple, la définition du bien-être d'Adler [2012, 2014, à paraître] est très utile pour justifier un cadre où le bien-être est « transférable ». Selon Greaves et Lederman [2015], la définition d'Adler mènerait à trop d'incomplétude dans la définition. La thèse a proposé une alternative pour répondre à cette critique faite à l'encontre de l'agrégation des préférences élargies pour définir le bien-être. La démarche se matérialise par le principe de

9. L'élitisme de Bazen et Moyes [2012], les suggestions de Fleurbaey et Michel [2001], Moyes [2012] et les travaux de Gravel, Magdalou et Moyes [2014] font état de la pluralité possible des objets de transferts.

souveraineté inter-personnelle. Alors qu'Alder postule que seules les préférences élargies faisant l'unanimité doivent figurer dans la définition du bien-être, ce principe propose que seules les préférences élargies faisant simplement l'unanimité des individus (en position idéale) directement concernés doivent figurer dans la définition du bien-être. L'idée d'Adler repose sur un principe implicite : toute construction théorique welfariste doit être compatible avec plusieurs visions (méta-éthiques) des jugements de valeur. La thèse a aussi respecté ce principe. La définition du bien-être et celle du courant prioritariste offrent un cadre adéquat pour mener à bien le double objectif de la thèse. Les critères parétiens et surtout les principes des transferts de bien-être sont compatibles avec une vision de l'équité qui repose sur la séparation des personnes car tous peuvent être présentés en termes de revendications des individus. La séparabilité forte postulée par Adler [2012] est idéale pour étudier les transferts à la Fishburn et Willig [1984] dont les caractéristiques permettent d'introduire un nombre indéfini de transferts de bien-être et de revenus.

Dans un cadre informationnel défendu par Adler [2012], le chapitre II a tenté de répondre au double objectif de la thèse. Le postulat explicite de comparabilité des niveaux, des différences et des ratios d'utilité est suffisant pour rendre admissible la classe des FBES de type Atkinson. Ces FBES font la somme des valeurs éthiques des situations et peuvent respecter des principes des transferts de revenus et/ou d'utilité. Le résultat principal démontre que les FBES qui satisfont le principe des transferts de revenus d'ordre 2 (*i.e.* une version affaiblie du principe à la Pigou-Dalton) ne respectent pas forcément le principe des transferts d'utilité d'ordre correspondant, qui formalise l'aversion aux inégalités (d'utilité). Cette interaction permet d'établir le constat suivant : le classement d'un ensemble d'états établi par des FBES qui respectent le principe des transferts de *revenus* d'ordre 2 a plus de chances d'être un jugement de fait éthique que celui établi par des FBES qui respectent le principe des transferts d'*utilité* d'ordre 2. En effet, le premier classement est compatible avec divers jugements de valeur distributifs : aversion aux inégalités, neutralité vis-à-vis des inégalités voire aversion à l'égalité (d'utilité) pourvu que l'utilité marginale des agents soit supposée décroissante en fonction du revenu. Toutefois, le chapitre s'est heurté à des limites posées par le cadre informationnel. L'étude des interactions des principes des transferts d'ordres supérieurs à 2 est ininterprétable au plan normatif. Puisque le cadre informationnel permet la comparaison inter-personnelle des ratios d'utilité, les principes des transferts proportionnels (*i.e.* de ratios d'utilité) ont un lien fort avec divers degrés d'aversion aux inégalités tels que définis par Fleurbaey et Michel [2001]. Ainsi, plus le paramètre des fonctions Atkinson est élevé, plus ces fonctions tolèrent qu'une réduction des inégalités se fasse au prix d'une perte d'utilité totale importante. En outre, le cadre d'étude limite l'exposé des jugements de valeur distributifs en faisant émerger, par exemple, des FBES averses aux inégalités qui ont toutes une aversion plus aiguë aux inégalités parmi les moins bien lotis. Cette restriction ne serait pas gênante si elle provenait de l'adhésion à ce jugement de valeur, mais elle est due aux hypothèses informationnelles posées au préalable. Les chapitres suivants ont proposé des solutions pour contourner ces limites.

Dans un cadre où les individus ont des fonctions d'utilité identiques, le chapitre III mène à bien l'étude des interactions entre principes des transferts d'utilité et de revenus jusqu'à tout ordre donné. Le résultat du chapitre II se généralise car des FBES qui satisfont tous les principes des transferts de revenus d'ordres 2 à $s+1$ ne respectent pas forcément le principe des transferts d'utilité d'ordre $s+1$. Précisément, ces FBES ne respectent pas forcément ledit principe des transferts d'utilité à condition de supposer que la fonction d'utilité des agents soit $s+1$ fois continûment différentiable, croissante concave et ses $s+1$ premières dérivées successives alternent en signe. La limite de ces résultats est donc fonction des hypothèses que l'on souhaite formuler concernant les fonctions d'utilité des agents. Dans ce cas, les FBES qui respectent tous les principes des transferts de revenus 2 à $s+1$ sous-tendent un degré d'adhésion à l'aversion plus forte aux inégalités parmi les moins bien lotis qui est inférieur ou égal à celui sous-tendu par les FBES qui respectent tous les principes des transferts d'utilité correspondants. Au plan méta-éthique, le classement d'un ensemble d'états établi par les FBES qui respectent un nombre donné de principes des transferts de revenus a au moins autant de chances d'être un jugement de fait éthique que celui établi par les FBES qui respectent tous les principes des transferts d'utilité correspondants. Mais pourquoi avoir généralisé le résultat du chapitre II ? Quel était l'intérêt de respecter un principe des transferts d'ordre 9 par exemple ? De plus, l'usage demande de respecter tous les principes des transferts d'ordre 2 à $s+1$, mais n'était-il pas possible de respecter des principes et de ne pas respecter d'autres principes ?

Le chapitre IV a clarifié ces interrogations en menant à bien le second objectif de la thèse. Il entend encourager les économistes à un emploi moins orthodoxe des principes de transfert. En étudiant le respect et le non respect (fort) des principes des transferts d'ordres 2 et 3, quatre jugements distributifs sont caractérisés : (i) l'aversion plus forte aux inégalités parmi les moins bien lotis ; (ii) l'aversion plus forte aux inégalités parmi les mieux lotis ; (iii) l'aversion plus forte à l'égalité parmi les mieux lotis ; et (iv) l'aversion plus forte à l'égalité parmi les moins bien lotis. Le jugement (iv) semble être extrêmement difficile à fonder sur des arguments éthiques, ainsi seul les trois premiers cités sont étudiés. Le respect et le non respect des principes des transferts d'utilité d'ordres supérieurs à 3 permet d'analyser les divers degrés d'adhésion à ces jugements. La force des degrés d'adhésion étudiée est croissante en fonction du nombre de principes de transfert dans l'étude. En cela, pour une analyse la plus complète possible du degré d'adhésion à un jugement défendu par des FBES, il est nécessaire de présenter un large ensemble de principes dont les transferts sont d'ordres supérieurs à 3. Dans le cadre d'étude de la thèse, le degré d'adhésion est caractérisé par la disposition à négliger une densité de population d'importance croissante selon la force du degré, au profit de l'évolution du bien-être social d'une minorité d'individus. Il s'agit, en substance, du principe de négligence de la majorité.

Pour continuer à mener à bien les objectifs de la thèse, il semble naturel de chercher à généraliser les principes des transferts proportionnels mais aussi d'étudier les interactions entre principes des transferts proportionnels d'utilité et de revenus. Il est possible qu'une telle généralisation puisse s'étudier dans le cadre informationnel défendu par Adler [2012]. Il serait attrayant de placer à la disposition d'un délibérateur une large gamme de principes de transfert, et ce, en postulant la comparabilité des niveaux, des différences et des ratios d'utilité entre agents. Comme exposé au chapitre IV, une large gamme de principes permet une analyse plus complète du degré d'adhérence à un jugement de valeur distributif. De plus, à partir du cadre informationnel, l'utilité des individus peut dépendre de leur revenus et de leurs besoins. Cette démarche offrirait un complément d'étude aux résultats des chapitres III et IV, mais, en aucun cas, elle pourrait les balayer. En effet, la limite exposée quant à l'étude des trois jugements de valeur présentés au chapitre IV ne serait pas levée.

Il peut être surprenant de prétendre étudier les principes de transfert dans leur pluralité et, à la fois, défendre la séparabilité forte. En effet, cet axiome évince de nombreux résultats sur les principes de transfert dans un cadre où les FBES sont dépendantes du rang des individus dans la distribution (cadre dual). Le choix découle du souhait de comparer les FBES prioritaristes à d'autres FBES additivement séparables qui défendent d'autres jugements distributifs. D'ailleurs, les interprétations des degrés d'adhésion à un jugement proposées au chapitre IV dépendent de la condition de séparabilité forte posée au chapitre I. Adler [2012] fait remarquer que le postulat de séparation des personnes, au coeur de sa définition d'un courant éthique, est compatible avec la défense de FBES dépendantes du rang. Il serait donc tout-à-fait envisageable d'étudier les principes de transfert compatibles avec ces FBES dans un cadre justifié par l'auteur. Aaberge [2009] généralise les principes des transferts « duaux » et propose deux jugements de valeur distributifs : l'aversion plus forte aux inégalités parmi les moins bien classés et l'aversion plus forte aux inégalités parmi les mieux classés dans la distribution. L'auteur présente divers degrés d'adhésion à un jugement et expose d'ailleurs qu'à des degrés extrêmes, par exemple, l'aversion plus forte aux inégalités parmi les moins bien classés invite à améliorer le sort du dernier de la distribution (le moins bien classé en termes de bien-être). Cependant, aucune clarification normative n'est fournie pour comprendre quel est le message envoyé lorsque des FBES respectent le principe des transferts duaux d'ordre s. S'agit-il, comme au chapitre IV, d'une pondération entre une détérioration de bien-être d'une majorité définie au profit de l'amélioration de bien-être d'une minorité ? Il semble intéressant de répondre à cette question, d'autant que la propriété de séparabilité dans le cadre dual est différente de celle présentée dans celui de la thèse.

La thèse a présenté des résultats issus de littératures immenses. De plus, il serait intéressant de défendre un courant éthique proche du prioritarisme Aldérien qui inclurait explicitement plusieurs principes des transferts de revenus, peut-être même des principes des transferts proportionnels de revenus. De plus, la thèse a présenté une défense assez réduite de la séparabilité forte. Cette propriété implique des restrictions non négligeables, elle entre d'ailleurs en conflit avec la prise en compte d'un nombre quelconque de principe de transfert à la Fishburn et Willig [1984]. En outre, à partir des arguments de Hédoin [2016a], le principe de souveraineté individuelle n'effacerait pas le caractère paternaliste du bien-être selon Adler. Les conditions idéalisées dans lesquelles on place un individu transforment sa personne. Par exemple, l'individu, dans de telles conditions, est supposé être rationnel au sens de la théorie de l'utilité espérée, alors que cet individu est peut-être rationnel selon une autre définition. Ainsi, le bien-être d'une personne est défini à partir des préférences d'une personne idéalisée donc différente. Selon Hédoin [2016a], il faut limiter le recours au paternalisme aux seuls cas où les individus, en faisant appel à leurs valeurs, y consentent. Adler [2012] n'écarte pas la possibilité de définir le bien-être sur les valeurs des individus. Ainsi, peut-être que la flexibilité au plan méta-éthique prônée par Adler pourrait permettre de concilier les remarques de Hédoin [2016a] et sa définition du bien-être.

Table des figures

Bibliographie

[1] Aaberge, R. [2000], « Characterizations of Lorenz curves and income distributions », *Social Choice and Welfare*, 17, 639-653.

[2] Aaberge, R. [2009], « Ranking Intersecting Lorenz Curves », *Social Choice and Welfare*, 33, 235-259.

[3] Aczél, J. [1966], *Lectures on Functional Equations and their Applications*, London : Academic Press, Inc. (London) Ltd.

[4] Adler, M. [2012], « Well-Being and Fair Distribution », Oxford : Oxford University Press.

[5] Adler, M. [2014], « Extended preferences and interpersonal comparisons : A new account », *Economics and Philosophy*, 30(2), 123-162.

[6] Adler, M. à paraître, « Extended Preferences », dans : Adler, M. and M. Fleurbaey ed. *Oxford Handbook of Well-Being and Public Policy.*

[7] Arrow, K. [1951], *Social Choice and Individual Values*, New Haven : Yale University Press.

[8] Arrow, K. [1977], « Extended Sympathy and the Possibility of Social Choice », *American Economic Review*, 67, 219-229.

[9] Aspremont (d'), C. [1985], « Axioms for social welfare orderings », dans : L. Hurwicz, D. Schmeidler, H. Sonnenschein ed., *Social Goals ans Social Organization. Essays in Memory of Elisha Pazner*, Cambridge : Cambridge University Press, 19-76.

[10] Aspremont (d'), C. et L. Gevers [1977], « Equity and the Informational Basis of Collective Choice », *Review of Economic Studies*, 44, 199-209.

[11] Aspremont (d'), C. et L. Gevers [2002], « Social welfare functionals and interpersonal comparability », dans : K. Arrow, A. Sen and K. Suzumura ed., *Handbook of Social Choice and Welfare*, vol. 1, Elsevier, Amsterdam, 459-541.

[12] Atkinson, A. [1970], « On the Measurement of Inequality », *Journal of Economic Theory*, 2, 244-263.

[13] Atkinson, A. et F. Bourguignon [1987], « Income distributions and differences in needs », dans : G. Feiwel ed., *Arrow and the Foundations of the Theory of Economic Policy*, MacMillan, New York, 350-370.

[14] Basu, K. [1983], « Cardinal Utility, Utilitarianism, and a class of invariance axioms in welfare analysis », *Journal of Mathematical Economics*, 2, 244-263.

[15] Bazen, S. et P. Moyes [2012], « Elitism and stochastic dominance », *Social Choice and Welfare*, 39, 207-251.

[16] Bergson, A. [1954], « On the Concept of Social Welfare », *The Quarterly Journal of Economics*, 28(2), 233-252.

[17] Blackorby, C., W. Bossert, D. Donaldson [2002], « Utilitarianism and the Theory of Justice », dans : K. Arrow, A. Sen and K. Suzumura ed., *Handbook of Social Choice and Welfare*, vol. 1, Elsevier, Amsterdam, 543-596. Premièrement disponible en document de travail en 1999.

[18] Blackorby, C. et D. Donaldson [1982], « Ratio-Scale and Translation-Scale Full Interpersonal Comparability without Domain Restrictions : Admissible Social Evaluation Functions », *International Economic Review*, 23, 249-268.

[19] Blackorby, C., D. Donaldson et J. Weymark [1984], « Social Choice Theory with Interpersonal Utility Comparisons : A Diagrammatic Introduction », *International Economic Review*, 25, 327-356.

[20] Bossert, W. [1991], « On intra- and interpersonal utility comparisons », *Social Choice and Welfare*, 8, 207-219.

[21] Broome, J. [1993], « A Cause of Preference is not an Object of Preference », *Social Choice and Welfare*, 10, 57-68.

[22] Broome, J. [1999], *Ethics Out of Economics*, Cambridge : Cambridge University Press.

[23] Brown, C. [2005], « Priority or Sufficiency ... Or Both ? », *Economics and Philosophy*, 21, 199-220.

[24] Chateauneuf, A., T. Gajdos, et P. Wilthien [2002], « The Principle of Strong Diminishing Transfer », *Journal of Economic Theory*, 103(2), 311-333.

[25] Choquet, G. [1954], « Théorie des capacités », *Annales de l'instut Fourier*, 5, 131-295.

[26] Clément, V., C. Le Clainche et D. Serra [2008], *Economie de la justice et de l'équité*, Paris : Economica.

[27] Crisp, R. [2003], « Equality, Priority and Compassion », *Ethics*, 113, 745-763.

[28] Darwall, S. [1998], « Empathy, Sympathy, Care », *Philosophical Studies*, 89, 261-282.

[29] Darwall, S., A. Gibbard et P. Railton [1992], « Toward Fin de Siècle Ethics : Some Trendes », *The Philosophical Review*, 10, 115-189.

[30] Deneulin [2002], « Perfectionism, Liberalism and Paternalism in Sen and Nussbaum's Capability Approach », *Review of Political Economy*, 14 (4), 497-518.

[31] Deschamps, R. et L. Gevers [1978], « Leximin and Utilitarian Rules : a Joint Characterization », *Journal of Economic Theory*, 17, 143-163.

[32] Dworkin, R. [1981a], « What is Equality ? Part 1 : Equality of Welfare », *Philosophy and Public Affairs*, 10(3), 185-246.

[33] Dworkin, R. [1981b], « What is Equality ? Part 2 : Equality of Ressources », *Philosophy and Public Affairs*, 10(4), 283-345.

[34] Ekern, S. [1980], « Increasing Nth Degree Risk », *Economics Letters*, 6, 329-333.

[35] Ferey, S. [2011], « Paternalisme libéral et pluralité du moi », *Revue économique*, 62(4), 737-750.

[36] Fields, G. et J. Fei [1978], « On Inequality Comparisons », *Econometrica*, 46(2), 303-316.

[37] Fishburn, P. et R. Willig [1984], « Transfer Principles in Income Redistribution », *Journal of Public Economics*, 25, 323-328.

[38] Fleurbaey, M. [1996], *Théories économiques de la justice*, Paris : Economica.

[39] Fleurbaey, M. [2002], « Equality Versus Priority : How Relevant Is the Distinction ? », dans : Murray C. ed., *Fairness and Goodness in Health*, World Health Organization.

[40] Fleurbaey, M. et P. Michel [2001], « Transfer Principles and Inequality Aversion, with an Application to Optimal Growth », *Mathematical Social Sciences*, 42, 1-11.

[41] Fleurbaey, M. et A. Trannoy [2003], « The impossibility of a Paretian egalitarian », *Social Choice and Welfare*, 21, 243-263.

[42] Foster, J., J. Greer et E. Thorbecke [1984], « A Class of Decomposable Poverty Measures », *Econometrica*, 52(3), 761-766.

[43] Gajdos, T. [2001], « Les fondements axiomatiques de la mesure des inégalités », *Revue d'économie politique*, 111, 683-719.

[44] Gravel, N., B. Magdalou et P. Moyes [2014], « Ranking Distributions of an Ordinal Attribute », Document de travail AMSE, 50, 1-25.

[45] Greaves, H. et H. Lederman [2015], « Extended Preferences », non publié, 1-42.

[46] Hammond, P. [1976], « Equity, Arrow's Conditions and Rawls' Difference Principle », *Econometrica*, 44, 793-803.

[47] Hammond, P. [1979], « Equity in two person situations : Some consequences », *Econometrica*, 47, 1127-1135.

[48] Hardy, G., J. Littlewood et G. Polya [1934], *Inequalities*, Cambridge : Cambridge University Press.

[49] Harsanyi, J. [1953], « Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk-Taking », *The Journal of Political Economy*, 61, 434-435.

[50] Harsanyi, J. [1955], « Cardinal Welfare, Individualistic Ethics and Interpersonal Comparisons of Utility », *The Journal of Political Economy*, 63, 309-321.

[51] Harsanyi, J. [1977], « Morality and the Theory of Rational Behaviour », dans : Sen, A. and B. Williams ed., *Utilitarianism and Beyond*, Cambridge : Cambridge University Press, 39-62.

[52] Hédoin, C. [2016a], « Normative Economics and Paternalism : The Problem with the Preference-Satisfaction Account of Welfare », Document de travail REGARDS n°3-2016, 1-26.

[53] Hédoin, C. [2016b], « Distributive Ethics, Separability and the Competing Claims View of Fairness : A (Partial) Defense of Prioritarianism », Document de travail REGARDS, 1-21.

[54] Hoffman, M. [1990], « Empathy and Justice Motivation », *Motivation and Emotion*, 14(2), 151-172.

[55] Jenkins, S. et P. Lambert [1993], « Ranking Income Distributions When Needs Differ », *Review of Income and Wealth*, 39, 337-356.

[56] Kandil, F. [2012], *Fondements de la justice*, Paris : Presses Universitaires de France.

[57] Kaplow, L. [2010], « Concavity of Utility, Concavity of Welfare and Redistribution of Income », *International Tax Public Finance*, 17, 25-42.

[58] Kolm, S.-C. [1976], « Unequal inequalities II », *Journal of Economic Theory*, 13, 82-111.

[59] Kolm, S. [1994], « The Meaning of Fundamental Preference », *Social Choice and Welfare*, 11, 193-198.

[60] Mehran, F. [1976], « Linear measures of inequality », *Econometrica*, 44, 805-809.

[61] Mongin, P. [2001], « The Impartial Observer Theorem of Social Ethics », *Economics and Philosophy*, 71, 257-286.

[62] Moyes, P. [2012], « Comparisons of Heterogeneous Distributions and Dominance Criteria », *Journal of Economic Theory*, 147, 1351-1383.

[63] Nagel, T. [1979], *Mortal Questions*, Cambridge : Cambridge University Press. Traduction française : Questions mortelles, Paris : PUF, 1983.

[64] Nagel, T. [1995], *Equality and Partiality*, New York : Oxford University Press. Premièrement publié en 1991 ; trad. fr. : *Egalité et Partialité*, Paris : PUF, 1994.

[65] Nagel, T. [1999], *Other Minds : Critical Essays, 1969-1994*, New York : Oxford University Press.

[66] Ng, Y-K. [1972], « Value Judgments and Economists' Role in Policy Recommendation », *Economic Journal*, 82, 1014-1018.

[67] Parfit, D. [1987], *Reasons and Persons*, Oxford : Clarendon Press, 1984, réédité et corrigé en 1987.

[68] Parfit, D. [2000], *Equality or Priority ?*, dans : M. Clayton and A. Williams ed., *The Ideal of Equality*, Houndmills, Palgrave, 81-125.

[69] Railton, P. [1986a], « Facts and Values », *Philosophical Topics*, 14, 5-31.

[70] Railton, P. [1986b], « Moral Realism », *The Philosophical Review*, 95, 163-207.

[71] Rawls, J. [1971], *A Theory of Justice*, Cambridge : Cambridge University Press ; trad. fr. : *Théorie de la justice*, Paris : Le Seuil, 1987.

[72] Roberts, F. [1979], *Measurement Theory with Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences*, Cambridge : Cambridge University Press.

[73] Roberts, K. [1980], « Interpersonal Comparability and Social Choice Theory », *The Review of Economic Studies*, 47(2), 421-439.

[74] Scanlon, T. [1998], *What We Owe to Each Other*, Cambridge : Belknap Press of Harvard University Press.

[75] Sen, A. [1970], *Collective Choice and Social Welfare*, San Francisco : Holden-Day.

[76] Sen, A. [1977a], « On Weights and Measures : Informational Constraints in Social Welfare Analysis », *Econometrica*, 45, 1539-1572.

[77] Sen, A. [1977b], « Nonlinear social welfare functions : A reply to Professor Harsanyi », dans : R. Butts and J. Hintikka ed., *Foundational Problems in the Special Sciences*, Dordecht : Reidel.

[78] Sen, A. [1979], « Interpersonal Comparisons of Welfare », dans : Boskin ed., *Economics and Human Welfare. Essays in Honor of Tibor Scitovsky*, New York : Academic Press, 183-201.

[79] Sen, A. [1980], « Equality of What ? », dans : McMurrin ed., *The Tanner Lectures on Human Values*, Salt Lake City : University of Utah Press.

[80] Sen, A. [2000], *Repenser l'inégalité*, Trad. fr. Paris : Le seuil.

[81] Serra, D. [2016], *Neuroéconomie*, Paris : Economica.

[82] Shorrocks, A. et J. Foster [1987], « Transfer Sensitive Inequality Measures », *The Review of Economic Studies*, 54(3), 485-497.

[83] Thon, D. et S. Wallace [2004], « Dalton Transfers, Inequality and Altruism », *Social Choice and Welfare*, 22, 447-465.

[84] Trannoy, A. [1999], « Egalitarisme de la dominance et utilitarisme », *Revue économique*, 50(4), 733-755.

[85] Tungodden, B. [2003], « The Value of Equality », *Economics and Philosophy*, 19, 1-44.

[86] Weymark, J. [1991], « A Reconsideration of the Harsanyi-Sen Debate on Utiltitarianism », dans : J. Elster and J. Roemer ed., *Interpersonal Comparisons of Well-Being*, Cambridge : Cambridge University Press.

[87] Weymark, J. à paraître, « Social Welfare Functions », dans : Adler, M., and Fleurbaey, M. ed., *Oxford Handbook of Well-Being and Public Policy*. Premièrement disponible en document de travail en 2013.

[88] Yaari, M. [1988], « A controversial proposal concerning inequality measurement », *Journal of Economic Theory*, 44(2), 381-397.

[89] Zoli, C. [1999], « Intersecting generalized Lorenz curves and the Gini index », *Social Choice and Welfare*, 16(2), 183-196.